Нижегородский государственный университет им.Н.И.Лобачевского

Национальный исследовательский университет

Учебно-научный и инновационный комплекс "Новые многофункциональные материалы и нанотехнологии"

Д.О. Филатов

Комплекс лабораторных работ ФИЗИКА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУР

Мероприятие 2.2. Развитие сетевой интеграции с ведущими университетами страны, научно-исследовательскими институтами Российской академии наук, предприятиями-партнерами, создание новых форм взаимодействия

Учебные дисциплины: «Физика низкоразмерных систем», «Нанофотоника»

Специальности, направления: «Нанотехнология в электронике», «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы», «Электроника и наноэлектроника»



ННГУ, 2010

УДК 538.911

Комплекс лабораторных работ «Физика твердотельных наноструктур» / Сост. Д.О. Филатов. – Н.Новгород: ННГУ, 2010. – 63 с.

В комплекс лабораторных работ вошли лабораторные работы повышенного уровня по физике полупроводниковых квантоворазмерных гетероструктур и полупроводниковых инжекционных лазеров на их основе. Целью этих работ является изучение отдельных вопросов физики твердотельных наноструктур и методик исследования электрофизических, оптических и фотоэлектрических свойств квантоворазмерных полупроводниковых гетероструктур, а также определения параметров полупроводниковых лазеров с квантоворазмерной активной областью.

Данный комплекс лабораторных работ предназначен для студентов магистратуры специальностей 202100 – «Нанотехнология в электронике» и 200.200 – «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы».

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Горшков О.Н.

Настоящий комплекс лабораторных работ подготовлен в рамках работ по программе «Национальные исследовательские университеты».

На обложке: схематическое изображение структуры микрополоскового полупроводникового лазера на основе двойной гетероструктуры (адаптировано из [4.4]).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Исследование гетероструктур с квантовыми ямами InGaAs/GaAs C—V методом.	4
 Исследование гетероструктур с квантовыми ямами InGaAs/GaAs методом спектроскопии фотолюминесцен- ции 	13
3. Поляризационная зависимость фоточувствительности барьеров Шоттки к гетероструктур с квантовыми ямами	31
 Изучение характеристик полупроводниковых лазеров на основе гетероструктур с квантовыми ямами 	44

1. Исследование гетероструктур с квантовыми ямами InGaAs/ GaAs С—V методом.

Цель работы: освоение методики определения параметров гетероструктур с квантовой ямой (КЯ): расстояние от КЯ до поверхности покровного слоя, поверхностной концентрации основных носителей в КЯ, высоты потенциального барьера при КЯ, положения уровней размерного квантования в КЯ и др. из её вольт-фарадных (С—V) характеристик.

Теория

Рассмотрим однородно легированный полупроводник, на расстоянии z_W от поверхности которого расположена середина КЯ [1.1]. Предположим, что размеры волновой функции электронов в КЯ много меньше характерных длин областей пространственного заряда (ОПЗ) в структуре, и что частота, на которой измеряется ёмкость, много меньше обратных времен установления равновесия в системе. Возможны два случая. В первом атомы легирующей примеси ионизованы при всех температурах, что характерно для *n*-GaAs, во втором носители вымораживаются, если температура $T \rightarrow 0$, например в *p*-GaAs.

Рассмотрим первый случай. Проникновение электрического поля в полупроводник с концентрацией доноров N_D описывается уравнением Пуассона:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left\{ e \left[N_D - N_c F_{1/2} \left(\frac{E_F + e\varphi}{kT} \right) \right] + \sigma \delta \left(z - z_W \right) \right\}, \quad (1.1)$$

где ε и ε_0 — диэлектрические проницаемости полупроводника и вакуума, соответственно, N_c — эффективная плотность состояний в зоне проводимости, e — заряд электрона, σ — поверхностная плотность заряда КЯ, $F_{1/2}$ — функция Ферми индекса ½. За начало отсчета энергии и электрического потенциала φ выберем дно зоны проводимости в глубине полупроводника, где электрическое поле отсутствует. Тогда σ можно записать в виде:

$$\sigma = e \left[N_{DW} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(E)dE}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1} \right], \qquad (1.2)$$

где N_{DW} и g(E) — поверхностная концентрация доноров и плотность состояний электронов в КЯ.

Рассмотрим случай, когда в отсутствие внешнего электрического поля КЯ заряжена отрицательно, то есть её окрестности обеднены электронами (рис. 1-1). Пусть

$$g(E) = g_{2D}(E) + N_{DW}\delta(E + E_1 - eV_1 + E_D - kT\ln g) , \qquad (1.3)$$

где

$$g_{2D}(E) = \frac{m}{\pi \eta^2} \Theta(E + E_1 - eV_1) , \qquad (1.4)$$

— "идеальная" плотность состояний двумерного электронного газа, Θ тета-функция Хэфисайда, φ_0 — падение напряжения за КЯ m — эффективная масса электронов в зоне проводимости, g — фактор спинового вырождения, E_D — энергия ионизации донора в КЯ, E_0 — глубина залегания квантового уровня в ней.

Пока ОПЗ барьера Шоттки не смыкается с ОПЗ КЯ, приложенное напряжение падает на барьере (рис. 1-2 a). Поэтому зависимость ёмкости от напряжения здесь та же, что и в однородно легированном проводнике:

$$C(V) = S_{\sqrt{\frac{2e\varepsilon\varepsilon_0 N_D}{V + V_0}}},$$
(1.5)

где S — площадь контакта Шоттки, V_0 — потенциал плоских зон (высота барьера Шоттки). В этой области $1/C^2 \sim V$ (рис. 1-3).



Рис. 1-1. Зонная диаграмма барьера Шоттки к гетероструктуре с КЯ, встроенной в квазинейтральную область полупроводника *n*-типа. На вставке: эквивалентная схема ёмкости гетероструктуры с КЯ [1.1].



полного обеднения КЯ $V = V_2$ (в).

При смыкании ОПЗ барьера Шоттки и КЯ ($V = V_1$) толщина ОПЗ скачком увеличивается до z_w (рис. 1-2 δ), а ёмкость соответственно скачком уменьшается (рис. 1-3). Дальнейшему проникновению внешнего поля в полупроводник препятствует экранирование его электронами в КЯ. Поэтому до напряжения V_2 , при котором все электроны уходят из КЯ, имеется плато ёмкости для $V_1 < V < V_2$ (рис. 1-3). При $V = V_2$ глубина проникновения опять увеличивается скачком от z_w до границы ОПЗ за КЯ (рис. 1-2 θ), и на зависимости C(V) появляется еще один скачок (рис. 1-3). При $V > V_2$ ёмкость изменяется по закону (1.4), но уже с другим значением V_0 .

Для простоты все нижеследующие формулы приводятся в расчёте на единичную площадь. Величина, обратная емкости, равна



Рис. 1-3. Модельная С—V характеристика

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \frac{dV}{dF_0} \left(F_0 < 0, V > 0 \right), \tag{1.6}$$

где F_0 — напряжённость электрического поля на внутренней поверхности полупроводника (z = 0). При $V > V_1$ падение напряжения внутри полупроводника $V + V_0$ состоит из

$$V + V_0 = -F_0 z_1 - \frac{N_D z_w^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad (1.7)$$

Полную ёмкость можно представить как две последовательно соединенные емкости:

$$C' = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{dF_0}{dV},$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{z_w},$$
(1.8)

Последняя представляет собой ёмкость полностью обедненного слоя полупроводника толщиной z_w . Величину F_0 можно выразить через сумму зарядов в полупроводнике:

$$E_0 = \frac{eN_D z_w + \sigma + q}{\varepsilon \varepsilon_0}, \qquad (1.9)$$

где q - заряд ОПЗ за КЯ, Таким образом, C' можно представить в виде суммы двух емкостей:

$$C' = \frac{d\sigma}{dV} + \frac{dq}{dV} = C_2 + C_3.$$
(1.10)

Второе слагаемое в (1.9) — ёмкость ОПЗ за КЯ, которая может быть найдена из (1.6), а первое — ёмкость КЯ, которая при T = 0 равна плотности состояний электронов в ней на уровне Ферми: $C_2 = e^2 g(E_F)$. Таким образом, при $V > V_1$ ёмкость всей структуры можно представить в виде эквивалентной схемы, изображенной на вставке на рис. 1-1.

Обычно $C_2 >> C_1$, C_3 . Поэтому при $V_1 < V < V_2$ $C \approx C_1$ и не зависит от V. Из величины ёмкости на этом плато можно найти z_w по (1.7).

При $V = V_2 C_2$ обращается в нуль и *C*' скачком уменьшается на $e^2 m/(\pi \eta^2)$. Используя (1.5), можно получить следующее выражение для E_0 :

$$E_{0} = -\frac{3}{5}E_{F} + \frac{e^{2}\varepsilon\varepsilon_{0}N_{D}\Delta_{2}^{2}}{8}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\pi\eta^{2}}{me^{2}\Delta_{2}}}\right]^{2}, \qquad (1.11)$$

где $\Delta_2 = 1/C_2(V = V_2 + 0) - 1/C_2(V = V_2 - 0)$. При T = 0 величина E_F определяется N_D . Таким образом, из измеренной Δ_2 с помощью (1.10) можно найти глубина залегания двумерной подзоны в КЯ E_0 .

Нерезкость скачка ёмкости при V = V₂ может быть вызвана двумя причинами:

1) тепловым размытием распределения электронов по энергии;

2) нерезкостью изменения g(E)

Первая причина связана с тем, что при $T \neq 0$ вклад в C_2 вносит плотность состояний не только на уровнях Ферми, но и в области шириной $\approx k_B T$ около него. Тепловое размытие по порядку величины составляет

$$\delta V_T \sim \frac{k_B T}{e} \left(\frac{C_3}{C} \right) \,. \tag{1.12}$$

При низких температурах ширина скачка ёмкости при $V = V_2$ характеризует отклонение плотности состояний от идеальной, то есть является характеристикой качества КЯ. В верхней половине скачка ёмкости основной вклад в *C*' вносит *C*₂. Если плотность состояний на хвосте имеет вид $g(E) \sim \exp(-E/\gamma)$, то

$$C_2 = \frac{C_1 eV}{\gamma} + B \quad , \tag{1.13}$$

где

$$B = -\frac{eC_1}{\gamma} \left[\frac{eN_D}{2\varepsilon\varepsilon_0} z_w^2 - \frac{eN_{DW}}{C_1} + \left(V + V_0 \right) \left(\frac{2C_3}{C_1} + 1 \right) \right], \qquad (1.14)$$

можно считать постоянной. Таким образом, из наклона зависимости C'(V) можно описать величину γ .

Следует отметить, что если в КЯ на плотности состояний имеется хорошо отделенный от зоны проводимости пик плотности состояний, связанный с примесью, то на С — V кривой после скачка ёмкости $V = V_2$ возможен всплеск ёмкости, по положению которого можно определить энергию ионизации примеси.

Для того чтобы определить скачок ёмкости при $V = V_1$, можно воспользоваться следующим выражением для половины толщины слоя ОПЗ около КЯ при V = V1:

$$W_1 = \frac{\sigma}{2eN_D} . \tag{1.15}$$

Тогда:

$$\frac{1}{C} \approx \frac{W_1 - z_w}{\varepsilon \varepsilon_0}, V = V_1 - 0,$$

$$\frac{1}{C} \approx \left[\frac{e^2 m}{\pi \eta^2} + \frac{2e\varepsilon \varepsilon_0 N_D}{\rho_0}\right]^{-1} - \frac{z_w}{\varepsilon \varepsilon_0}, V = V_1 + 0.$$
(1.16)

Из скачка ёмкости при $V = V_1$ можно определить ρ_0 :

$$\rho_0 \cong -2e\varepsilon\varepsilon_0 N_D \left(\frac{\Delta_1}{2} - \frac{\pi\eta^2}{me^2} + \sqrt{\frac{\Delta_1^2}{4} + \frac{\pi^2\eta^4}{m^2e^4}}\right),\tag{1.17}$$

где $\Delta_1 = 1/C(V = V_1 + 0) - 1/C(V = V_1 - 0).$

Заряд КЯ определяется разностью числа электронов N_s и доноров в КЯ: $\rho_0 = e(N_{DW} - N_s)$. Значение N_{DW} можно определить из асимптотик $1/C^2$ при $V > V_2$ и $V < V_1$:

$$N_{DW} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \delta V}{e z_w} + N_D L_z, \qquad (1.18)$$

где δV — расстояние между точками пересечения с осью V двух асимптотик $1/C^2$, L_z — ширина КЯ.

Поверхностную плотность электронов в КЯ можно оценить из величины плато ёмкости по напряжению $V_2 - V_1$:

$$N_s \cong \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{e z_w} (V_2 - V_1) . \tag{1.19}$$

Выше, при рассмотрении емкости в окрестности $V \approx V_1$, не принималась в расчёт длина экранирования:

$$L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T}{e^2}} N_c F_{1/2} \left(\frac{E_F}{k_B T}\right), \qquad (1.20)$$

а именно она определяет ширину скачка ёмкости при $V = V_1$, V_2 . Отклонение C(V) от (1.4) происходит при $1/C \approx (z_w - W_1 - L_D)/(\varepsilon \varepsilon_0)$, то есть когда расстояние между краями двух ОПЗ ~ L_D . Полное смыкание ОПЗ, то есть переход к ёмкости на плато, происходит при $1/C \approx (z_w - W_1)/(\varepsilon \varepsilon_0)$. Из этих

соображений и (1.4), можно оценить ширину по напряжению первого скачка ёмкости:

$$\delta V_1 \cong \frac{eN_D}{2\varepsilon\varepsilon_0} \Big[2L_D(z_w - W_1) - L_D^2 \Big] \cong \frac{eN_D L_D}{\varepsilon\varepsilon_0} (z_w - W_1) \quad . \tag{1.21}$$

Выше предполагалось, что толщина КЯ L_z пренебрежимо мала по сравнению с W_0 , W_1 . Учет конечности L_z вносит две поправки. Во-первых, это штарковский сдвиг уровней в КЯ, во-вторых — дополнительный вклад в ёмкость, связанный с изменением средней координаты электронов в КЯ при изменении приложенного напряжения.

Можно показать, что последняя поправка сводится просто к включению в эквивалентную схему ёмкости, последовательно включенной с C_1 и C':

$$C_{p} \sim \frac{\pi^{2} \eta^{2} \varepsilon^{2} \varepsilon_{0}^{2}}{m e^{2} N_{s} L_{z}^{4} \alpha^{2}} , \qquad (1.22)$$

где α — отношение матричного элемента координаты между первыми двумя состояниями к ширине ямы ($\alpha \approx 0,18$ для бесконечно глубокой потенциальной ямы). Для *n*-GaAs с $L_z \sim 10$ нм, $N_s \sim 10^{12}$ см⁻² длина, соответствующая этой ёмкости, менее 5 нм, так что с очень хорошей точностью ей можно пренебречь.

Штарковский сдвиг приводит к добавке в левую часть (1.8) величины ~ $(E_0 + E_F)L_z/(2W_1)$.

Рассмотрим теперь случай, когда при $T \to 0$ носители вымораживаются. Если примесный уровень слабо размыт, то $L_D \to 0$, и все предыдущие рассуждения остаются в силе с учётом этого обстоятельства. Так, например, в (1.2) следует положить $N_{DW} = 0$, а в (1.9) заменить 3/5 в первом слагаемом на 1. Следует отметить, что условием существования ОПЗ около КЯ при $T \to 0$ в данном случае является требование $E_0 > E_i$.

Экспериментальная часть

Объектом исследования в данной работе является структура с барьером Шоттки к гетероструктуре с одиночной КЯ In_{0,2}Ga_{0,8}As толщиной $L_z \approx 4,1$ нм в квазинейтральной области слоя *n*-GaAs, выращенной на подложке n^+ -GaAs(001) методом МОС-гидридной эпитаксии при атмосферном давлении. Схема структры приведена на рис. 1-4. Буферный и покровный слои структуры легированы Si. На поверхность покровного слоя нанесены Al контакты Шоттки круглой формы толщиной $\approx 0,2$ µм и диаметром \emptyset 0,125 ÷ 1 мм.



Рис. 1-4. Схема образца гетероструктуры с КЯ In_{0,2}Ga_{0,8}As/GaAs(001) для измерения С—V характеристик.

Чип с нанесенными контактами Шоттки смонтирован на металлические держатели из Cu, покрытой In методом химического осаждения из раствора. Электрический контакт к барьеру Шоттки обеспечивается при помощи прижимных бронзовых пружинных скобок.

Схема установки измерения С—V характеристик барьеров Шоттки показана на рис. 1-5. Исследуемые образцы подключаются к контактам присоединительного устройства Е7-12. Для измерений С—V характеристик при 77К образцы помещаются в сосуд Дьюара с жидким азотом.

Измерение С—V характеристик осуществляется при помомщи цифрового измерителя L, C, R E7-12. Напряжение обратного смещения на барьере Шоттки задаётся при помощи выносного пульта. Контроль напряжения смещения производится при помощи цифрового вольтметра B3-26, присоединённого к соответствующим клеммам на задней панели измерителя L, C, R E7-12.



Рис. 1-5. Блок-схема установки для измерения С—V характеристик диодов с барьером Шоттки.

- 1. Измерить С—V характеристики диода с барьером Шоттки на основе тетероструктуры с КЯ In0,2Ga0,8As/GaAs(001) при 300 и 77К.
- 2. Построить С—V характеристики в координатах C(V), $1/C^{2}(V)$ и N(z).
- 3. Определить высоту барьера Шоттки V_0 , концентрацию доноров в GaAs N_D , толщину покровного слоя GaAs z_w , концентрацию электронов в КЯ N_s , глубину залегания основного состояния в КЯ E_0 , параметр размытия уровня основного состояния в КЯ γ .
- 4. Построить зонную диаграмму исследованной структуры.

Методические указания

1. Перед началом работы следует ознакомиться с инструкциями по эксплуатации L,C,R-метра Е7-12 и цифрового вольтметра В3-26.

Контрольные вопросы

- 1. Нарисуйте равновесную зонную диаграмму барьера Шоттки к гетероструктуре с КЯ в квазинейтральной области (качественно).
- 2. Опишите электронные процессы, происходящие при обеднении КЯ под действием электрического потенциала, приложенного к барьеру Шоттки.
- 3. Какие параметры гетерострутур с КЯ можно определить из их С—V характеристик?
- 4. Чем обусловлено размытие скачков ёмкости на С—V характеристиках барьеров Шоттки к гетероструктурам с КЯ?
- 5. В чём заключается различие между С—V характеристиками барьера Шоттки к гетероструктуре с КЯ, измеренными при комнатной и низких температурах?
- 6. Поясните схему и последовательность выполнения эксперимента.

Литература

1.1. В. Я. Алёшкин, Е. В. Демидов, Б. Н. Звонков, А. В. Мурель, Ю. А. Романов. Исследование квантовых ям С—V методом. ФТП25, 1047 (1991).

2. Исследование гетероструктур с квантовыми ямами InGaAs/ GaAs методом спектроскопии фотолюминесценции.

Цель работы — ознакомление с физическими основами метода спектроскопии фотолюминесценции (ФЛ) в квантоворазмерных полупроводниковых гетероструктур, а также методиками измерения и анализа спектров ФЛ гетероструктур с квантовыми ямами и определения из них параметров структур.

Теория

На рис. 2-1 показана зонная диаграмма гетероструктуры с квантовой ямой (КЯ) In_xGa_{1-x}As/GaAs(001) (качественно). Под влиянием возбуждающего электромагнитного излучения с энергией кванта $hv_p > E_g$, где E_g — ширина запрещённой зоны материала барьера, электроны из валентной зоны переходят в зону проводимости (рис. 2-1, процесс 1). Образовавшиеся при этом избыточные дырки и электроны безызлучательно релаксируют за время ~ нескольких ω_{ph}^{-1} , где $\omega_{ph} \sim 10^{13}$ с⁻¹ — фононная частота. При этом устанавливается квазиравновесное распределение электронов и дырок про энергии, характеризующееся энергиями квазиуровней Ферми F_n и F_p , соответственно.¹

Избыточные электроны и дырки могут диффундировать в кристалле и рекомбинировать. Одним из вероятных каналов рекомбинации является межзонная рекомбинация электрона и дырки. Если полупроводник является прямозонным, то есть как минимум зоны проводимости, так и потолок валентной зоны находятся в одной и той же точке зоны Бриллюэна (например, GaAs), то доминирующими являются прямые в k-пространстве рекомбинационные оптические переходы (с сохранением волнового вектора электрона k). При этом излучаются кванты света с энергией $hv_e \approx E_{gGaAs}$ (рис. 2-1, процесс 2). Соответствующая линия в спектре ФЛ называется краевой. При низких температурах более вероятно формирование экситонов с последующей их рекомбинацией. При этом излучаются фотоны с энергией $hv_{ex} \approx E_g - R_y$, где R_y — энергия связи экситона. Если же экстремумы зоны проводимости и валентной зоны расположены в различных точках зоны Бриллюэна (например, Ge и Si), то более вероятны непрямые межзонные оптические переходы с участием оптических фононов. Энергии соответствующих переходов равны $E_g \pm \eta \Omega$ (для межзонных переходов) и $E_g \pm \eta \Omega - R_v$ (для экситонных переходов), где $\eta \Omega$ — энергия фонона.

¹ Известно явление *горячей* люминесценции, когда неравновесные электроны и дырки рекомбинируют с излучением светового кванта *до* установления квазиравновесия в электронной и дырочной подсистемах.

Вследствие диффузии, электроны и дырки могут перемещаться по структуре, занимая при этом положения минимума энергии. В частности, часть электронов и дырок захватывается в КЯ и безызлучательно релаксирует на основные уровни размерного квантования электронов и дырок. В КЯ также может происходить рекомбинация электронно-дырочных пар с испусканием фотона (рис. 2-1, процесс 3).

Также на поверхности структуры в запрещенной зоне могут иметься поверхностные электронные состояния, вследствие чего электроны и дырки, продиффундировавшие к поверхности, могут рекомбинировать на эти уровни (процесс 4 на рис. 2-1).

Кроме того, электроны и дырки в КЯ, так же, как и в 3D материале, могут образовывать экситоны за счёт кулоновского взаимодействия. Как будет показано ниже, энергия связи экситонов в КЯ существенно выше, чем энергия связи экситонов в 3D материале, что приводит к большей устойчивости экситоны в КЯ по сравнению с 3D экситонами. Распад экситонов происходит при взаимодействии с фононами, ионизованными и нейтральными примесными атомами, а также с атомно-масштабными флуктуациями состава твердого раствора КЯ (в случае, если КЯ образована гетеропрослойкой твердого раствора) и шероховатостями гетерограниц. В стационарном состоянии их плотность зависит от температуры, напряжённости электрического поля в КЯ и интенсивности фотовозбуждения. Кроме свободных экситонов, в материале барьера и в КЯ существуют экситоны, связанные на примесях, дефектах и др.

Примесные уровни и уровни, связанные с дефектами, также принимают участие в рекомбинационных процессах. Электроны могут рекомбинировать на мелкие акцепторные и дефектные уровни (процесс 5 на рис. 2-1) и на глубокие уровни (процесс 6 на рис. 2-1). На всех спектрах ФЛ присутствуют пики, отвечающие за наличие примесей и дефектов.



Рис. 2-1. Зонная диаграмма гетероструктуры In_xGa_{1-x}As/GaAs с КЯ и вероятные оптические и безызлучательные переходы в ней в условиях возбуждения ФЛ.

Так, например, в структурах на основе GaAs всегда присутствует примесный пик углерода. Примеси и дефекты могут образовывать сложные комплексы. Таких комплексов существует много, и их кристаллографическая структура к настоящему времени ещё плохо изучена, поэтому из спектра ФЛ можно лишь сделать вывод о присутствии дополнительных примесных или дефектных уровней, зная их энергию связи.

Явление ФЛ не может быть описано в рамках классических представлений о взаимодействии электромагнитной волны с электронными состояниями [2.3]. Для построения строгой теории ФЛ требуется привлечение аппарата квантовой электродинамики для описания взаимодействия электронной и фотонной подсистем в терминах изменения распределения числа фотонов по возможным фотонным состояниям (модам), которое в общем случае описывается системой взаимосвязанных кинетических уравнений [2.4].

В двумерной системе существует 2 вида фотонных мод: локализованные, или волноводные моды, которые распространяются вдоль слоя КЯ, и делокализованные (вытекающие) моды, которые могут распространяться под углом к двумерному слою [2.3]. В случае, когда и электроны, и фотоны локализованы в одной и той же плоскости, они характеризуются двумерным волновым вектором **q**. В случае, когда 2D электроны испускают 3D фотоны, последние описываются волновым вектором $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}, q_{\perp})$, где q_{\perp} — компонента **Q**, нормальная к плоскости КЯ. Далее описание ведется в базисе для фотонных мод:

$$a_{\mathbf{Q}_{\nu}}(z) = \frac{\mathbf{e}_{\mathbf{Q}\mu}}{\sqrt{\varepsilon}} e^{i(\mathbf{q}\mathbf{x}+q_{\perp}z)}, \ \omega_{\mathbf{Q}} = \sqrt{q^2 + q_{\perp}^2} \ , \tag{2.1}$$

где $\mathbf{e}_{\mathbf{Q}\mu}$ — вектор поляризации. Такое описание оправдано, если КЯ находится достаточно далеко от поверхности, на расстоянии не менее $2\pi/q_{\perp}$, то есть в области дальнего поля. Модификация рассчитанных угловых зависимостей ФЛ из-за преломления на поверхности образца в этом случае может быть учтена по формулам Френеля.

Кинетическое уравнение для фотонов в случае взаимодействия с размерно-квантованными электронами в КЯ, симметричной относительно оси z имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \langle b_v^* b_{v'} \rangle_t}{\partial t} + i(\omega_v - \omega_{v'}) \langle b_v^* b_{v'} \rangle_t = I(v, v') + J_{ph-e}(v, v') \quad , \tag{2.2}$$

Здесь *I*(*v*, *v*') — скорость генерации фотонов,

$$b_{f\bar{E}}^{*} = \frac{f\ddot{Q}_{E}^{2}}{\sqrt{2\eta f\ddot{Q}_{E}}}, \ b_{\nu} = \frac{\omega_{\nu}P_{\nu} - iQ_{\nu}}{\sqrt{2\eta\omega_{\nu}}},$$
(2.3)

$$Q_{f\underline{k}}(t) = \frac{q_{f\underline{k}}(t) + q_{f\underline{k}}(t)^{*}}{\sqrt{2}} , P_{f\underline{k}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\partial q_{f\underline{k}}(t)}{\partial t} - \frac{\partial q_{f\underline{k}}(t)^{*}}{\partial t} \right].$$
(2.4)

Скобки $<>_t$ означают усреднение по времени.

Для фотонов, распространяющихся вне 2D слоя, кинетическое уравнение удобно записать в представлении Вигнера. Состояния фотонов в этом случае может быть обозначено как $v = (\mu, \mathbf{q}, q_{\perp})$, где μ — индекс поляризации. В силу того, что система трансляционно симметрична в плоскости КЯ, только ненулевые компоненты матрицы плотности фотонов имеют вид $\langle b_{\mu'\mathbf{q}q'_{\perp}}^* b_{\mu\mathbf{q}q_{\perp}} \rangle$. Зависимость от q_{\perp} и q'_{\perp} появляется вследствие неоднородности в направлении *z*, и поляризационные свойства фотонов описываются компонентами с разными μ и μ' . Используя дипольное приближение, получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial \left\langle b_{\mu' \mathbf{q} q_{\perp}}^{*} b_{\mu \mathbf{q} q_{\perp}} \right\rangle_{t}}{\partial t} + i(\omega_{\mathbf{q} q_{\perp}} - \omega_{\mathbf{q} q_{\perp}}) \left\langle b_{\mu' \mathbf{q} q_{\perp}}^{*} b_{\mu \mathbf{q} q_{\perp}} \right\rangle_{t} = I_{\mu\mu'}(\mathbf{q} \mid q_{\perp} q'_{\perp}) + J_{ph-e}(\mathbf{q} \mid q_{\perp} q'_{\perp}) \quad , \quad (2.5)$$

$$I_{\mu\mu'}(\mathbf{q} \mid q_{\perp}q'_{\perp}) = \frac{2\pi^{2}e^{2}}{\sqrt{\omega_{\mathbf{q}q'_{\perp}}}\omega_{\mathbf{q}q_{\perp}}\varepsilon V} \sum_{ll'\mathbf{p}} f_{l\mathbf{p}}(t) [1 - f_{l'\mathbf{p}}(t)] \times \\ \times \langle l\mathbf{p} \mid \mathbf{e}_{\mu\mathbf{q}q_{\perp}} \cdot \mathbf{v} \mid l'\mathbf{p} \rangle \langle l\mathbf{p} \mid \mathbf{e}_{\mu'\mathbf{q}q'_{\perp}} \cdot \mathbf{v} \mid l'\mathbf{p} \rangle^{*} \times \\ \times \left\{ \Delta (\eta \omega_{\mathbf{q}q'_{\perp}} + E_{l'\mathbf{p}} - E_{l\mathbf{p}}) + \Delta (\eta \omega_{\mathbf{q}q_{\perp}} + E_{l'\mathbf{p}} - E_{l\mathbf{p}})^{*} \right\}$$

$$(2.6)$$

Здесь состояния электроны обозначены индексами $|l\mathbf{p}\rangle$, где l включает все дискретные индексы, такие, как индексы зон и подзон размерного квантования, а также спин, E_{lp} — энергии соответсвующих состояний. Интеграл столкновений J_{ph-e} имеет такую же структуру.

Для описания взаимодействия электронной и фотонной подсистем в квантоворазмерных структурах удобно вместо матрицы плотности использовать функцию распределения Вигнера, которая определяется как:

$$N_{\mu\mu'}(\mathbf{Q},z) = \sum_{\tilde{q}} \exp(i\tilde{q}z) \langle b_{\mu' \mathbf{q} \bar{q}'_{\perp} + \tilde{q}'/2}^* b_{\mu \mathbf{q} \bar{q}_{\perp} - \tilde{q}'/2} \rangle_t$$

$$\overline{q}_{\perp} = \frac{q_{\perp} + q'_{\perp}}{2} , \quad \widetilde{q}_{\perp} = q_{\perp} - q'_{\perp}$$
(2.7)

Она имеет сложную зависимость от *z* вблизи КЯ (расположенной при *z* = 0). Поскольку нас интересует распределение фотонов в дальнем поле (*z* >> $2\pi/q_{\perp}$), квантовые кинетические уравнения сводятся к обычной квазиклассической форме. Зависимость функции Вигнера от **Q** определяет как угловую (от угла между **Q** и нормалью к КЯ **n**), так и спектральную зависимость ФЛ (от частоты фотона $\omega_{\mathbf{Q}}$). Поляризационная зависимость описывается матрицей $N_{\mu\mu}$, чья явная форма зависит от выбора базиса \mathbf{e}_{μ} ($\mu = 1$, 2). В приближении дальнего поля кинетическое уравнение для функции Вигнера

$$v_{\perp} \frac{\partial N_{\mu\mu\nu}(\mathbf{Q}, z)}{\partial z} = J_R , \ v_{\perp} = \frac{\partial \omega_{\mathbf{Q}}}{\partial q_{\perp}}.$$
(2.8)

Левая часть описывает изменение распределения фотонов, тогда как релаксация фотонов в 3D материале описывается интегралом столкновений J_R . Генерация сосредоточена в КЯ, и входит в (2.8) как граничное условие

$$v_{\perp} N_{\mu\mu} \langle (\mathbf{Q}, z) |_{z=-0}^{z=+0} = I_{\mu\mu} \langle (\mathbf{Q}) \rangle,$$
 (2.9)

которое получается интегрированием исходного квантовомеханического кинетического уравнения по оси z; $I_{\mu\mu}(\mathbf{Q})$ — скорость генерации фотонов, которая, вообще говоря, не диагональна относительно поляризационного индекса μ .

Явное выражение для скорости генерации при переходах между уровнями размерного квантования электронов и дырок в КЯ получается из (2.6):

$$I_{\mu\mu}(\mathbf{Q}) = \frac{e^2}{\eta^2 \varepsilon \omega_{\mathbf{Q}}} \sum_{nn} \int f_{n\mathbf{p}} (1 - f_{n\mathbf{p}}) \mathcal{M}_{\mu\mu}(n|n) \delta(\eta \omega_{\mathbf{Q}} + E_{n\mathbf{p}} - E_{n\mathbf{p}}) d\mathbf{p} \quad , \qquad (2.10)$$

где функции распределения $f_{n\mathbf{p}}$ для электронов проводимости и $f_{n\mathbf{p}}$ для электронов в валентной зоне $(1 - f_{n\mathbf{p}})$ есть функция распределения дырок) зависят от 2D импульса **p** и дискретных квантовых чисел *n*, *n*, которые нумеруют подзоны размерного квантования в КЯ,

$$M_{\mu\mu} \cdot (n|n^{\hat{}}) = (\mathbf{e}_{\mathbf{Q}\mu} \cdot \mathbf{v}_{nn^{\hat{}}} (\mathbf{p})) (\mathbf{e}_{\mathbf{Q}\mu^{\hat{}}} \cdot \mathbf{v}_{n^{\hat{}}n} (\mathbf{p}))^{*}$$
(2.11)

— матричный элемент для межзонных переходов. При $\mu = \mu$ ` он может быть вычислен в соответствии с Золотым правилом Ферми [2.9], согласно которому вероятность перехода между *m*-ым дырочным и *n*-ым

электронным уровнями под влиянием периодического возмущения H_{ω} равна

$$w_{nn'} = \frac{2\pi}{\eta} \left| \left\langle \psi_{n'}^* \left| H_{\omega} \right| \psi_n \right\rangle \right|^2 \delta(E_{nn'} - \eta \omega) . \qquad (2.12)$$

Для переходов под действием электромагнитного излучения в дипольном приближении $H_{\omega} = ie\mathbf{F}\mathbf{v}/\omega$, где \mathbf{F} — вектор электрического поля в возбуждающей электромагнитной волне, \mathbf{v} — оператор скорости электрона, ω — частота электромагнитной волны. В модели Кейна [2.10] матричный элемент оптического перехода

$$M_{\mu\mu}(n|n') = \left| \left\langle \psi_{n'}^{*} \middle| H_{\omega} \middle| \psi_{n} \right\rangle \right|^{2} = \left(\frac{eFP}{\omega} \right)^{2} X_{nn'}^{2} \Omega(c\sigma \mid v\sigma') , \qquad (2.13)$$

где P — параметр Кейна, $\Omega(c\sigma|v\sigma')$ — множитель, зависящий от спиновых состояний электронов и дырок σ и σ' , соответственно,

$$X_{nn'} = \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{n'}^{*}(z) \chi_{n}(z) dz \qquad (2.14)$$

— интеграл перекрытия огибающих волновых функций электрона и дырки $\chi_n(z)$ и $\chi_n(z)$, соостветственно. Если одна из огибающих является симметричной, а другая — антисимметричной, то интеграл (2.14) равен нулю. Таким образом, межзонные переходы между уровнями с четными и нечетными *n* и *m* в симметричной КЯ запрещены (правило отбора по чётности при межзонных оптических переходах в КЯ).

Следует отметить, что при $\mu \neq \mu M_{\mu\mu}(n|n)$ зависит от корреляции по фазе между двумя поляризационными состояниями фотонов.

Обычно люминесцентные фотоны слабо поглощаются в самой КЯ. Вводя длину поглощения в КЯ l_{ph} , условие слабого поглощения записывается как

$$l_{ph} \gg \frac{2\pi}{\overline{q}_{\perp}} \quad . \tag{2.15}$$

При выполнении этого условия можно пренебречь частью интеграла столкновений в (2.8), связанной с электрон-фотонным взаимодействием. Если поглощением в барьере также можно пренебречь (что в большинстве случаев возможно вследствие большей ширины запрещенной зоны в материале барьера в гетероструктурах I типа), то интеграл столкновений в (2.8)

может быть опущен полностью, и распределение фотонов становится однородным и пропорциональным скорости генерации (2.10):

$$N_{\mu\mu}(\mathbf{Q}) = \frac{I_{\mu\mu}(\mathbf{Q})}{v_{\perp}} . \qquad (2.16)$$

Коль скоро матрица плотности фотонов $N_{\mu\mu}$ известна, интенсивность люминесценции может быть вычислена через вектор Пойнтинга

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}t) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}t)}{\partial t} \times \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}t) \quad .$$
(2.17)

по следующей формуле

$$\mathbf{S} = \int \frac{d\mathbf{Q}}{(2\pi)^3} \frac{\partial \omega_{\mathbf{Q}}}{\partial \mathbf{Q}} \eta \omega_{\mathbf{Q}} \sum_{\mu=1,2} N_{\mu\mu}(\mathbf{Q}) \quad .$$
(2.18)

Спектр люминесценции, измеряемый с помощью детектора, не чувствительного к поляризации, пропорционален следу матрицы скорости генерации (2.10):

$$I_0(\mathbf{Q}) = \sum_{\mu=1,2} I_{\mu\mu}(\mathbf{Q}) \quad .$$
 (2.19)

Спектральная зависимость ФЛ в КЯ зависят как от свойств электронных состояний, через которые происходит рекомбинация, так и от распределения электронов и дырок по этим состояниям. Обычно время жизни носителей относительно излучательной рекомбинации в КЯ ($\tau_i \sim 10^9$ с) много больше времени термической релаксации внутри подзон как для электронов, так и для дырок ($\tau_{ph} \sim 1/\omega_{ph} \sim 10^{-13}$ с). Таким образом, функция распределения носителей по энергии как в зоне проводимости, так и валентной зоне имеет обычную форму Ферми-Дирака с различными квазиуровнями Ферми для электронов и дырок, определяемыми интенсивностью накачки. При низком уровне возбуждения заполнены только состояния вблизи дна подзон.

Поскольку интенсивность люминесценции зависит от геометрии образцов и от особенностей схемы эксперимента, наиболее полезную информацию несут в себе спектральная, угловая и поляризационные зависимости ФЛ. Спектральная зависимость интенсивности ФЛ $J_0(\omega)$ может быть записана как

$$J_{0}(\omega) \sim \sum_{\mu nn^{\hat{}}} \int d\mathbf{p} f_{np} (1 - f_{n^{\hat{}}p}) |M_{\mu}(p)(n | n^{\hat{}})|^{2} \,\delta(\eta \omega + E_{n^{\hat{}}p} - E_{np}) \quad .$$
(2.20)

Это общее соотношение может быть упрощено в важном случае слабого возбуждения в слаболегированных структурах, где распределение электронов и дырок невырождено и имеет вид Максвелла-Больцмана. Суммируя по 2D квазиимпульсу **p**, с точностью до постоянного множителя $J_0(\omega)$ является произведением комбинированной плотности состояний и больцмановского фактора заполнения:

$$J_0(\omega) \sim g_{cv} (\eta \omega - E_0) \exp\left(\frac{\eta \omega - E_0}{k_B T}\right), \qquad (2.21)$$

где E_0 — энергия межзонного перехода между основными состояниями в КЯ. Предполагается, что электроны и дырки характеризуются одной и той же температурой *T*. Как видно из (2.17), из спектра ФЛ можно получить информацию о комбинированной плотности состояний в КЯ. Если последняя не зависит от энергии (как это имеет место для КЯ), наклон зависимости $\ln(J_0)$ от $\eta\omega$ непосредственно дает информацию о температуре носителей.



Рис. 2-2. Зонная диаграмма КЯ $In_xGa_{1-x}As/GaAs. e1, hh1$ — энергетические уровни размерного квантования в КЯ, $\chi_e(z), \chi_{hh}(z)$ — огибающие волновых функций электронов и тяжёлых соответственно.

Флуктуационно-диссипационная теорема [2.6] связывает спектры люминесценции $J_0(\eta\omega)$ и оптического поглощения $\beta(\eta\omega)$ в КЯ. С точностью до постоянного множителя,

$$J_{0}(\eta\omega) \sim \beta(\eta\omega) \left[\exp\left(\frac{\eta\omega - E_{0} + F_{n} + F_{p}}{k_{B}T}\right) - 1 \right]^{-1}, \qquad (2.22)$$

Для невзаимодействующих систем в приближении слабого возбуждения выражение (2.18) сводится к (2.17). Однако выражение (2.18) является значительно более общим и сохраняет свою силу при наличии кулоновских взаимодействий, которые значительной степени изменяют спектр поглощения. В частности, экситонные пики в спектре поглощения также проявляются в спектрах ФЛ при тех же ηω.

Основными параметрами спектра ФЛ являются спектральное положение максимумов линий ФЛ hv_m , форма линий, а также их ширина пика на уровне ½ максимальной высоты Г. Основным параметром КЯ, определяемым из спектров ФЛ, является энергия межзонных оптических переходов между основными электронными и дырочными состояниями в КЯ E_0 . Для экситонных переходов

$$E_0 = hv_m = E_{g0} + E_{e1} + E_{hh1} - Ry^{2D} , \qquad (2.23)$$

где E_{g0} — ширина запрещённой зоны материала КЯ, E_{e1} и E_{hh1} — энергии основных состояний электронов и тяжёлых дырок в КЯ, соответственно.

В первом приближении, энергетический спектр электронов и дырок в КЯ может быть найден методом огибающих волновых функций [2.7]. Решение одноэлектронного уравнения Шрёдингера имеет вид

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})\chi_{n}(z) , \qquad (2.24)$$

где $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — Блоховская функция, \mathbf{k} — волновой вектор электрона. Тогда огибающие $\chi_n(z)$ могут быть найдены из уравнения

$$\left(-\frac{\eta^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + E_c(z)\right)\chi_n(z) = E_n\chi_n(z) . \qquad (2.25)$$

Таким образом, проблема отыскания энергетического спектра носителей в КЯ сводится к хорошо известной задаче о решении одномерного уравнения Шредингера в симметричной прямоугольной потенциальной яме [2.8]. Для нахождения спектра размерного квантования КЯ, необходимо знать глубину потенциальной ямы для электронов и для дырок. Для ее вычисления необходимо учесть влияние упругих напряжений, возникающих в процессе эпитаксиального наращивания тонкого слоя $In_xGa_{1-x}As$ на подложку GaAs(001).

Понятие эпитаксии подразумевает, что кристаллическая структура пленки (материала КЯ) повторяет структуру подложки (материала барьера). В частности, если рост тонкого слоя твердого раствора $In_xGa_{1-x}As$ на GaAs происходит без образования дислокаций, значение параметра кристаллической решетки *a* у материала КЯ и у материала барьера одинаково. Такие гетероструктры называют псевдоморфными. Поскольку параметр решетки $In_xGa_{1-x}As$ в свободном состоянии больше, чем у GaAs, материал псевдоморфной КЯ находится в сжатом состоянии. При этом в материале КЯ изменяются не только параметр решетки, но и симметрия элементарной ячейки кристалла. В связи с этим, изменяется зонная структура материала, в частности, снимается вырождение в максимуме валентной зоны для легких и тяжелых дырок, поэтому зонная структура КЯ характеризуется не одним значением ширины запрещенной зоны E_{gW} , а двумя: E_{ghh} и E_{glh} для тяжелых и легких дырок, соответственно (рис. 2-3).



Рис. 2-3. Зонная диаграмма напряженной КЯ In_xGa_{1-x}As/ GaAs в ненапряжённом (*a*) и напряжённом (*б*) состоянии.

Найдем изменение ширины запрещенной зоны для тяжелых и легких дырок ΔE_{ghh} и ΔE_{glh} в КЯ In_xGa_{1-x}As, выращенной на плоскости (001) GaAs, в зависимости от молярной доли In x [2.9]. Постоянная решетки твердого

раствора в ненапряженном состянии *a*' может быть найдена из закона Вегарда:

$$a' = a_0 + (a'' - a_0)x , \qquad (2.26)$$

где a_0 и $a^{"}$ — постоянные решетки GaAs и InAs соответственно.

Тензор деформаций ε_{ij} имеет всего три отличные от нуля компоненты: $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \Delta a/a_0 = (a_0 - a')/a_0, \ \varepsilon_{zz} = -2\varepsilon_{xx}C_{12}/C_{11}, \ где \ C_{ij}$ — компоненты тензора упругих постоянных In_xGa_{1-x}As. Смещение зоны проводимости

$$E'_{c} = b' \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \right) = 2b' \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \right) \varepsilon_{xx} \quad .$$

$$(2.27)$$

Смещения зон тяжелых и легких дырок соответственно

$$E'_{hh} = E'_{v} + \delta \quad , \tag{2.28}$$

$$E'_{lh} = E'_{\nu} - \frac{1}{2} (\Delta + \delta) + \frac{1}{2} \sqrt{9\delta^2 - 2\delta\Delta + \Delta^2} , \qquad (2.29)$$

где

$$E'_{v} = b'' \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \right) = 2b'' \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \right) \varepsilon_{xx} , \qquad (2.30)$$

$$\delta = B \left(1 - 2 \frac{C_{12}}{C_{11}} \right) \varepsilon_{xx} \quad , \tag{2.31}$$

 Δ — величина спин-орбитального расщепления в недеформированном материале, B — одна из констант деформационного потенциала валентной зоны. Поскольку разность $E'_c - E'_v$ характеризует изменение ширины запрещенной зоны при всестороннем сжатии, разность b' - b'' можно выразить через измеряемую величину dE_g/dp , где p — давление:

$$b' - b'' = -\frac{C_{11} + 2C_{12}}{3} \frac{dE_g}{dp} .$$
(2.32)

Таким образом, расстояния от дна зоны проводимости до потолка зон тяжелых и легких дырок в КЯ равны:

$$E_{ghh} = E_{g0} - 2\frac{C_{11} + 2C_{12}}{3}\frac{dE_g}{dp}\left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}}\right)\varepsilon_{xx} - \delta \quad , \tag{2.33}$$

$$E_{glh} = E_{ghh} + \delta + \frac{1}{2} (\Delta + \delta) - \frac{1}{2} \sqrt{9\delta^2 - 2\delta\Delta + \Delta^2} \quad . \tag{2.34}$$

В приближении эффективной массы, для грубой оценки положения уровней размерного квантования в КЯ можно использовать приближении бесконечно глубокой КЯ [2.8]:

$$E_n = \frac{\pi^2 \eta^2}{2m} \left(\frac{n}{L_z}\right)^2 , \qquad (2.35)$$

где *n* = 1, 2, 3,... — номер подзоны размерного квантования. Учёт конечной глубины КЯ приводит к выражениям [2.8]

$$\frac{k}{m_W} \operatorname{tg}\left(\frac{kL_z}{2}\right) = \frac{\kappa}{m_B}$$
(2.36)

для четных состояний в КЯ и

$$\frac{k}{m_W} \operatorname{ctg}\left(\frac{kL_z}{2}\right) = \frac{\kappa}{m_B}$$
(2.37)

— для нечетных, где m_W и m_B — эффективные массы носителей в материале КЯ и барьера, соответственно,

$$E = \frac{\eta^2 k^2}{2m_W} , \quad E = \Delta E_{c(v)} - \frac{\eta^2 \kappa^2}{2m_R} , \qquad (2.34)$$

Уравнения (2.32 — 2.34) являются трансцедентными относительно *Е* и обычно решаются численно.

В узкозонных полупроводниковых материалах типа A³B⁵ существенное влияние на спектр носителей заряда в КЯ оказывает непараболичность закона дисперсии вследствие сильного электронно-дырочного взаимодействия. Поэтому использование приближения эффективной массы может привести к существенным ошибкам в вычислении энергетического спектра электронов и легких дырок. Более точные значения даёт модель Кейна [2.10]. В модели Кейна совместный гамильтониан системы электронов и легких дырок имеет вид

$$H = \begin{vmatrix} E_c & 0 & kP \\ 0 & E_{vlh} - \frac{2}{3}\Delta & \frac{\sqrt{2}}{3}\Delta \\ kP & \frac{\sqrt{2}}{3}\Delta & E_{vlh} - \frac{\Delta}{3} \end{vmatrix}, \qquad (2.35)$$

Характеристическое уравнение, определяющее дискретные уровни энергии в КЯ:

$$\operatorname{ctg}(k_2 L_z) = 2\left(q - \frac{1}{q}\right), \qquad (2.36)$$

где

$$q = \left| \frac{E\left(E_{glh} + E - \Delta E_{c}\right)\left(E_{glh} + E - \Delta E_{c} + \Delta'\right)\left(E_{glh} + E + \frac{2}{3}\Delta\right)}{\left(E_{g}^{GaAs} + E - \Delta E_{c} + \frac{2}{3}\Delta\right)\left(E_{glh} + E\right)\left(E_{glh} + E + \Delta'\right)\left(\Delta E_{c} - E\right)} \right|^{1/2}, \qquad (2.37)$$

$$k_{2} = \left| \frac{E(E_{glh} + E)(E_{glh} + E + \Delta')}{\left(E_{glh} + E + \frac{2}{3}\Delta'\right)P^{2}} \right|^{1/2} , \qquad (2.38)$$

.1/2

$$\Delta' = \sqrt{9\delta^2 - 2\delta\Delta + \Delta^2} \tag{2.39}$$

При нахождении спектра тяжелых дырок можно пренебречь электронно-дырочным взаимодействием и связанной с ним непараболичностью зоны и использовать приближение эффективной массы.

Уровни энергии связанных состояний экситона описываются выражением

$$E_n = -\frac{m^* R y}{m_0 \varepsilon^2 n^2} = -\frac{R y^{3D}}{n^2}, n = 1, 2, 3, \dots,$$
(2.40)

где $Ry \approx 13,6$ эВ — постоянная Ридберга, $m^* = m_e m_h / (m_e + m_h)$ — приведённая масса экситона. Среднее расстояние между электроном и дыркой характеризуется эффективным боровским радиусом

$$a_B^{\rm 3D} = \varepsilon \frac{m_0}{m^*} a_B. \tag{2.41}$$

\

Здесь $a_B \approx 0,053$ нм — Боровский радиус атома водорода.

Электроны и дырки в квантовых ямах также могут образовывать экситоны. Однако, энергетический спектр таких экситонов кардинальным образом отличаются от энергии трехмерных экситонов, поскольку согласно (2.41), эффективный боровский радиус может достигать величины ~ 10 нм, превышая ширину КЯ. В приближении узкой ($L_z << a_B^{3D}$) бесконечно глубокой квантовой ямы спектр двумерного экситона имеет вид:

$$E_n^{2D} = -\frac{m^* R y}{m_0 \varepsilon^2 \left(n - \frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{R y^{2D}}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2}, n = 1, 2, 3, \dots$$
(2.42)

Сравнение (2.40) и (2.42) приводит к выводу, что $Ry^{2D} = .Ry^{3D}$. Этот качественный вывод сохраняется и для квантовых ям конечной глубины и ширины, хотя коэффициент в этом случае < 4.

В полупроводниках типа A^3B^5 при 300К экситон, сталкиваясь с оптическими фононами, распадается. Поэтому в 3D полупроводнике при 300К краевая ФЛ связана, в основном, с межзонными оптическими переходами. Напротив, в КЯ даже при 300К доминирует экситонная ФЛ.

Методом сравнения экспериментально определенных значений E_0 с рассчитанными при помощи соответствующей теории, можно определять ширину ямы L_z . Если величина L_z известна, можно рассчитать, используя модель прямоугольной потенциальной ямы, молярную долю In x в твёрдом растворе In_xGa_{1-x}As. Если же в спектре ФЛ, кроме пиков, связанных с рекомбинационными переходами между основными состояниями в КЯ, наблюдаются также пики, связанные с переходами с возбужденных состояния в КЯ, то по их спектральному положению можно определить и L_z , и x.

Ширина экситонной линии определяется тремя основными факторами:

1) температура измерения;

2) шероховатость стенок КЯ и однородность состава материала КЯ;

3) напряжённость электрического поля барьера, если КЯ находится в ОПЗ. Явление уширения экситонной линии ФЛ и смещения ее максимума в сторону низких энергий называется эффектом Ванье–Штарка.

В КЯ In_xGa_{1-x}As/GaAs наибольший вклад в уширение экситонного пика при 300К вносит температурное уширение. В этом случае форма линии ФЛ описывается функцией Лоренца. При низких температурах доминирует структурное уширение вследствие мелкомасштабных (по сравнению с Боровским радиусом двумерного экситона a_B^{2D}) пространственных флуктуаций состава твердого раствора In_xGa_{1-x}As x.

В спектрах ФЛ некоторых гетероструктур наблюдается расщепление пиков ФЛ, связанных с излучательными межзонными переходами в КЯ. Подобное явление может объясняться наличием флуктуаций ширины КЯ L_z в виде моноатомных ступенек или флуктуациями состава твердого раствора *х*. Масштаб этих флуктуаций должен превышать Боровский радиус двумерного экситона в КЯ a_B^{2D} , в противном случае наличие флуктуаций приводит не к расщеплению, а к уширению линии ФЛ [2.6].

Рассмотрим три структуры с различными распределениями ширины КЯ в плоскости структуры (рис. 2-4). Макромасштабные флуктуации L_z и x по-разному влияют на спектры ФЛ. Наличие флуктуаций L_z приводит к тому, что КЯ состоит из участков с разной шириной L_z , но в пределах этих участков стенки КЯ являются атомно-гладкими (рис. 2-4). Наиболее веро-

ятна флуктуация ΔL_z в один монослой. Спектр ФЛ от такой КЯ будет состоять из двух линий, разнесенных на спектральное расстояние ΔE . Считая флуктуацию ΔL_z малой по сравнению с L_z ,

$$\Delta E = E_0 \left(L_z + \Delta L_z \right) - E_0 \left(L_z \right) = \frac{dE_0 \left(L_z \right)}{dL_z} \Delta L_z \quad (2.43)$$

Откуда видно, что неопределенность ширины КЯ ΔL_z приводит к неопределенности энергии основного состояния ΔE_0 . Используя для оценки E_0 приближение бесконечно глубокой КЯ (2.35),

$$\Delta E_0 = -\Delta L_z \frac{\eta^2 \pi^2}{m L_z^3} \,. \tag{2.44}$$

Если положить, что положение гетерограницы в направлении z меняется статистически в плоскости (x, y), то распределение ширины КЯ будет статистическим и может быть описано функцией Гаусса ().



Рис. 2-4. Различные виды распределения ширины КЯ в плоскости структуры и соответствующие им спектры ФЛ [5.7].

При наличии локальных макромасштабных флуктуаций молярной доли In в материале КЯ Δx имеются участки с меньшей шириной запрещенной зоны, при этом $\Delta E_0 \sim \Delta x$.

Экспериментальная часть

Образец для исследования представляет собой гетероструктуру с одиночной КЯ в ОПЗ поверхностного барьера, выращенную на полуизолирующей подложке GaAs ориентации (001) методом МОС-гидридной эпитаксии при атмосферном давлении. Схема структуры приведена на рис. 2-5.



Рис. 2-5. Схема образца гетероструктуры с КЯ для измерения спектров ФЛ.

Блок-схема установки для измерения спектров ФЛ приведена на рис. 2-6. Возбуждение ФЛ осуществляется многомодовым Ar^+ лазером непрерывного излучения (длина волны излучения 488-514 нм, мощность излучения $\approx 1,4$ Вт).



Рис. 2-6. Схема установки для измерения спектров ФЛ.

Измерения проводятся при помощи оптического спектрометра на основе решеточного монохроматора Acton Spectra Pro SP-500i. Регистрация сигнала ФЛ осуществляется охлаждаемым фотодетектором Acton ID-441C на базе фотодиода на основе InGaAs/InP (рабочий спектральный диапазон длин волн 0,75 ÷ 1,6 μ м) на модулированном сигнале методом синхронного детектирования при помощи цифрового синхронного детектора Stanford Research Systems SR-810. Модуляция интенсивности лазерного луча меандром с частотой ≈ 1 кГц осуществляется при помощи механического модулятора. Синхросигнал для синхронного детектора обеспечивается оптопарой, входящей в состав модулятора.

Для измерения спектров ФЛ при 77К образец помещается в молибденитовый сосуд Дьюара с жидким азотом.

Задание

- 1. Измерить спектры ФЛ предложенного образца при 300 и 77К в спектральном диапазоне, включающем линию краевой ФЛ GaAs и линию ФЛ, связанную с переходами между основными состояниями в КЯ In-GaAs.
- 2. Построить спектры ФЛ, измеренные при 77 и 300К, в полулогарифмических координатах lg(*I_{PL}*) — *hv*. Определить спектральное положение и ширину линий ФЛ, связанных с межзонными излучательными переходами в КЯ.
- 3. Используя технологическое значение ширины КЯ $L_z \approx 4,1$ нм, определить молярную долю In *x* в материале КЯ (In_xGa_{1-x}As).

Перед тем, как приступать к измерениям, ознакомьтесь с описанием и инструкцией пользователя к управляющему программному обеспечению спектрометра Acton Spectra Pro SP-500i.

Контрольные вопросы

- 1. Нарисуйте зонную диаграмму гетероструктуры с КЯ и укажите на ней параметры энергетического спектра КЯ.
- 2. Почему ширина запрещенной зоны материала псевдоморфной КЯ больше, чем ширина запрещенной зоны материала КЯ в ненапряженном состоянии?
- 3. Нарисуйте качественно зависимость плотности состояний в КЯ от энергии и спектр ФЛ гетероструктуры с КЯ. Объясните связь между ними.
- 4. Перечислите параметры спектра ФЛ гетероструктур с КЯ и их связь с энергетическими параметрами КЯ.
- 5. Поясните схему и процедуру измерений.

2.1. В. П. Грибковский. Теория поглощения и испускания света в полупроводниках. Минск: Наука и техника, 1975.

2.2. F. T. Vasko, A. V. Kuznetsov. Electronic states and optical transitions in semiconductor heterostructures. Springer, 1999.

2.3. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.

2.4. Ф. Бассани, Дж. Пастори Парравичини. Электронные состояния и оптические переходы в твердых телах. М.: Наука, 1982.

2.5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. М.: Физматлит, 2003.

2.6. C. Weisbuch, B. Vinter. Quantum semiconductor structures. Fundamentals and applications. Academic Press, 1991.

2.7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматгиз, 1963.

2.8. G. Ji, D. Huang, U. K. Reddy, T. S. Henderson, R. Houdré, H. Morkoç. Investigation of highly strained InGaAs GaAs multiple quantum wells. J. Appl. Phys., 62, 3366 (1987).

2.9. E. O. Kane. Band structure of indium antimonide. J. Phys. Chem. Solids, 1, 249 (1957).

2.10. M. A. Herman, D. Bimberg, J. Christen, Heterointerfaces in quantum wells and epitaxial growth processes: Evaluation by luminescence techniques. J. Appl. Phys. 70, R1 (1991).

3. Поляризационная зависимость фоточувствительности барьеров Шоттки к гетероструктур с квантовыми ямами

Цель работы — ознакомление с физическими основами метода поляризационной фотоэлектрической спектроскопии и освоение методики измерения поляризационных зависимостей фоточувствительности барьеров Шоттки к квантово-размерным гетероструктурам.

Теория

Коэффициент поглощения электромагнитного излучения квантовыми ямами (КЯ) зависит от поляризации электромагнитной волны и симметрии волновой функции размерно-квантованных состояний [3.1]. Эта зависимость определяется правилами отбора по квазиимпульсу при оптических переходах. Исследование поляризационных зависимостей спектров оптического поглощения даёт информацию о симметрии электронных состояний в КЯ.

В связи с тем, что экспериментальное исследование межзонного оптического поглощения в одиночных КЯ представляет значительные технические трудности из-за малости коэффициента оптического поглощения КЯ, исследование поляризационной зависимости фотоэлектрической чувствительности (ФЧ) гетероструктур с КЯ представляет значительный интерес.

Оптические свойства низкоразмерных гетероструктур на основе кубических полупроводников (к которым относятся и структуры на основе соединений A^3B^5 , являющиеся объектом исследования в настоящей работе) теоретически описываются на основе модели Кейна [3.2]. Вероятность межзонных оптических переходов w_{nn} между *n*-ой подзоной размерного квантования электронов и *n*'-ой дырочной подзоной под действием возмущения $H_{\omega} = ie\mathbf{Fv}/\omega$ (в дипольном приближении, *e* — заряд электрона, **F** вектор электрического поля в возбуждающей электромагнитной волне, **v** — оператор скорости электрона, ω — частота электромагнитной волны), если считать начальные и конечные состояния некоррелированными (в том числе, пренебрегая экситонными эффектами), может быть вычислена на основании Золотого правила Ферми [3.3]

$$w_{nn'} = \frac{2\pi}{\eta} \left| \left\langle cn\sigma \left| H_{\omega} \right| vn'\sigma' \right\rangle \right|^2 \delta \left(E_{cn} - E_{vn'} \pm \eta \omega \right) .$$
(3.1)

Здесь индексы *с* и *v* обозначают состояния в зоне проводимости и валентной зоне соответственно, σ и σ' — спиновые состояния.

В модели Кейна поляризационная зависимость вероятности межзонных переходов в КЯ для состояний с квазиимпульсом $\mathbf{p} = 0$ [3.4]

$$\langle cn\sigma | \hat{\mathbf{v}} | vn'\sigma' \rangle = P \mathbf{X}_{nn'} \mathbf{\Omega} (c\sigma | v\sigma') .$$
 (3.2)

где

$$X_{nn'} = \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{n'}^*(z) \chi_n(z) dz$$
(3.3)

— интеграл перекрытия электронной и дырочной огибающих волновых функций $\chi_n(z)$ и $\chi_n(z)$, соответственно (он может быть вычислен для огибающих в приближении эффективной массы), $\Omega(c\sigma|v\sigma')$ — часть матричного элемента межзонного оптического перехода, вычисленная на быстроосциллирующих частях блоховских функций. Ненулевые компоненты $\Omega(c\sigma|v\sigma')$ равны:

$$\Omega_{+}(c1|h1) = \Omega_{-}(c-1|h-1) = 1$$

$$\Omega_{+}(c-1|l1) = -\Omega_{-}(c1|l-1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Omega_{z}(c1|l1) = \Omega_{z}(c-1|l-1) = \sqrt{\frac{2}{3}}$$
(3.4)

Индексы l и h обозначают состояния лёгких и тяжёлых дырок, \pm — циркулярные компоненты:

$$\Omega_{\pm} = \frac{\Omega_x \pm i\Omega_y}{\sqrt{2}} \quad . \tag{3.5}$$

Поляризационная зависимость $w_{nn'}$ определяется членом $|\mathbf{e} \cdot \mathbf{\Omega}|^2$, где $\mathbf{e} = \mathbf{F}/F$ — единичный вектор, параллельный вектору электрического поля в возбуждающей электромагнитной волне. В случае возбуждения линейно-поляризованным светом на краю межзонного поглощения (квазиволновой вектор носителей k = 0)

$$w_{nn'}(\mathbf{e}) \propto \sum_{\sigma\sigma'} \left| \mathbf{e} \cdot \left\langle cn\sigma \left| \hat{\mathbf{v}} \right| vn'\sigma' \right\rangle \right|^2 = P^2 X_{nn'}^2 \begin{cases} 1 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n})^2, v = h \\ \frac{1 + 3(\mathbf{e} \cdot \mathbf{n})^2}{3}, v = l \end{cases}$$
(3.5)

где **n** — нормаль к КЯ. В частности, если свет распространяется в плоскости КЯ, межзонные переходы с участием тяжелых дырок (v = h) запрещены при **e**||**n**. Теоретическая зависимость w_{nn} , от угла между **e** и **n** представлена на рис. 3.1.

При $k \neq 0$ правила отбора по поляризации частично снимаются, что связано с эффектом замешивания тяжёлых и лёгких дырок в КЯ. Данный эффект можно учесть, если использовать для описания дырочных состояний в КЯ модель Латтинджера [3.5]



Рис. 3.1. Теоретическая поляризационная зависимость вероятности межзонных оптических переходов между основными состояниями в КЯ *w*₁₁, с участием тяжёлых и лёгких дырок от угла между направлением электрического поля в возбуждающей электромагнитной волне е и нормалью к КЯ **n** при *k* = 0.

Рассмотрим КЯ, в которой имеется один уровень квантования электронов, один — тяжелых дырок и один — лёгких дырок. Состояния электронов будем описывать в приближении эффективной массы, а дырочные состояния вблизи k = 0 (точка Γ_8) — гамильтонианом Латтинджера 4 × 4 H_0 . Гамильтониан H_0 может быть диагонализован в два блока 2 × 2 с помощью унитарного преобразования U [3.6]. Параметры U выбираются так, чтобы преобразованный гамильтониан $H = U H_0 U^+$ был блочнодиагональным

$$H = \begin{bmatrix} H^U & 0\\ 0 & H^L \end{bmatrix} , \qquad (3.6)$$

где верхний блок *Н^U* записывается как

$$H^{U} = \begin{bmatrix} H_{h} & C \\ C^{+} & H_{l} \end{bmatrix} , \qquad (3.7)$$

а H^L может быть получен из (3.6) заменой H_h и H_l . Используя атомную систему единиц $\eta = m_0 = 1$ (m_0 — масса свободного электрона),

$$H_{h} = \frac{k^{2}(\gamma_{1} + \gamma_{2}) + k_{z}^{2}(\gamma_{1} - 2\gamma_{2})}{2} ,$$

$$H_{l} = \frac{k^{2}(\gamma_{1} - \gamma_{2}) + k_{z}^{2}(\gamma_{1} + 2\gamma_{2})}{2} ,$$
(3.8)

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\gamma_2 k^2 + 2k\gamma k_z \right) ,$$
$$k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

где γ_1 , γ_2 и $\gamma \approx \gamma_3$ — параметры Латтинджера. Если нормаль к КЯ **n** направлена вдоль оси *z*, компонента k_z заменяется в приближении эффективной массы на $-i\partial/\partial z$. В прямоугольной КЯ собственные значения (3.6) дважды вырождены, так что мы можем рассматривать только один блок, например, H^U . Собственные функции (3.7) при конечных *k* являются суперпозицией волновых функций основных размерно-квантованных состояний тяжелых и легких дырок при k = 0 с коэффициентами (C_1 , C_2). Подставляя двухкомпонентную волновую функцию в уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.6), получаем собственные значения E(k), соответствующие подзонам легких или тяжелых дырок. Соответствующий двухкомпонентный собственный вектор $\mathbf{C} = (C_1, C_2)$ при k > 0 включает вклад как тяжелых (C_1), так и лёгких (C_2) дырок, что соответствует замешиванию подзон. Найдя $\mathbf{C} = (C_1, C_2)$ при определенном значении *k*, мы можем вычислить угловую зависимости вероятности межзонных переходов $w_{ev}(\Phi)$.

На рис.3-2 представлены теоретические поляризационные зависимости вероятности межзонных оптических переходов, рассчитанные для параметров структуры с КЯ In_xGa_{1-x}As/GaAs, исследуемой в данной работе (толщина КЯ $L_z = 4,1$ нм, x = 0,2) для различных значений расстояния по энергии от энергии межзонного перехода между основными состояниями в КЯ $E_0 \Delta E$. Замешивание подзон приводит к тому, что поляризационная зависимость имеет вид, промежуточный между зависимостями для легких и тяжелых дырок.



Рис. 3-2. Теоретические поляризационные зависимости вероятности межзонных оптических переходов в КЯ $In_{0,2}Ga_{0,8}As/GaAs(001)$ толщиной $L_z = 4,1$ нм для различных значений расстояния по энергии от энергии межзонного оптического перехода между основными состояниями в КЯ $E_0 \Delta E$.



Рис. 3-3. Зависимость степени поляризации вероятности межзонных оптических переходов между основными состояниями в КЯ In_{0,2}Ga_{0,8}As/GaAs(001) Р от энергетического расстояния от энергии основного перехода в КЯ *E*₀ Δ*E*.

На рис. 3-3 представлена теоретическая зависимости степени поляризации

$$\mathbf{P} = \frac{w_{\perp} - w_{\parallel}}{w_{\perp} + w_{\parallel}} \tag{3.10}$$

от ΔE . Для тяжелых дырок при $\mathbf{e} \parallel \mathbf{n}$ и k = 0 P = 1. С увеличением ΔE Р уменьшается.

Традиционно считается, что подзона легких дырок в напряженных КЯ InGaAs/GaAs вытеснена из КЯ вследствие упругой деформации материала КЯ, так что только тяжелые дырки заключены в КЯ [3.7]. С другой стороны, имеются многочисленные экспериментальные работы, где наблюдалось размерное квантование легких дырок в КЯ InGaAs/GaAs(001) [3.8]. Результаты теоретических расчётов спектра размерного квантования напряжённых КЯ InGaAs/GaAs(001) также противоречивы и предсказывают присутствие или отсутствие размерно-квантованного уровня основного состояния легких дырок в КЯ в зависимости от параметров зонной структуры, на которых основана модель. Эти параметры обычно являются эмпирическими константами, которые определены методом наибольшего соответствия между расчетными и измеренными (обычно методом спектроскопии оптического поглощения или фотолюминесценции) энергиями основных оптических переходов в КЯ Е₀. Критическим параметром всех этих моделей является относительный разрыв зоны проводимости $Q = \Delta E_c / \Delta E_g$, который также определяет ограничивающий потенциал валентной зоны.

Значение Q, полученное разными авторами имеет очень большой разброс: $Q = 0,4 \div 0,8$. Некоторые авторы предполагают, что Q в напряженных КЯ In_xGa_{1-x}As/GaAs(001) зависит от x, в отличие от КЯ AlGaAs/GaAs(001), для которых Q считается постоянным (Q = 0,6).

В [3.9] был рассмотрен другой фактор, который потенциально может послужить причиной локализации лёгких дырок в КЯ InGaAs/GaAs(001). Известно, что КЯ, встроенная в полупроводник *n*-типа, заряжается отрицательно, что приводит к дополнительному барьеру для дырок, который может вести к локализации легких дырок в КЯ.

Чтобы учесть эффект дополнительного изгиба зон вблизи КЯ на состояниях легких дырок, рассмотрим одномерное уравнение Шрёдингера для легких дырок в приближении эффективной массы для двух форм ограничивающего потенциала U(z): в приближение плоских зоны и для заряженной КЯ. Во втором случае форма потенциала U(z) может быть найдена из уравнения Пуассона. В случае $W_1 >> L_z$ КЯ можно рассматривать как заряженную плоскость. Для специально не легированной КЯ InGaAs в GaAs *n*-типа с фоновой концентрацией ионизованных доноров в барьере N_D^+ уравнение Пуассона может быть записано как:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} \Big[N_D^+ - n_S \delta(z - z_W) \Big] \quad , \tag{3.11}$$

где φ — электростатический потенциал, n_s — поверхностная концентрация электронов в КЯ. Выбирая начало отсчета z в центре КЯ ($z_W = 0$), получаем решение для E_c вне КЯ:

$$E_{c}(z) = \begin{cases} \frac{V_{1}}{L_{W}^{2}} (z - W_{1})^{2} + \Delta E_{c} - eV_{1}, |z| < W_{1} \\ \Delta E_{c} - eV_{1}, |z| > W_{1} \end{cases} , \qquad (3.12)$$

где:

$$W_1 = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 V_1}{eN_D^+}} \quad , \tag{3.13}$$

 φ_W — высота дополнительного барьера при КЯ, возникающего из-за ее зарядки.

Высота барьера φ_w может быть найдена из граничного условия:

$$\left. \frac{d\varphi}{dz} \right|_{z=o} = F_1 \quad , \tag{3.14}$$

где *F*₁ — электрическое поле поверхностного заряда КЯ:



Рис. 3-4. Зонная диаграмма, расчетные уровни энергии и огибающие волновых функции электронов, тяжёлых и лёгких дырок в КЯ In_{0,2}Ga_{0,8}As/ GaAs(001) толщиной L_z = 4,1 нм в приближении плоских зон и с учётом заряда КЯ (300 К) [3.9].

$$F_1 = \frac{en_s}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad , \tag{3.15}$$

которое дает:

$$V_1 = \frac{en_s^2}{\varepsilon\varepsilon_0 N_D^+} \quad , \tag{3.16}$$

Обычно, чтобы вычислять потенциал внутри КЯ, применяется самосогласованное решение уравнений Шредингера и Пуассона. Однако в рамках данной задачи достаточно параболическое приближение для потенциала внутри КЯ (пренебрегая пространственным распределением заряда размерно-квантованных электронов). Чтобы потенциал ямы был симметричным, должно выполняться следующее соотношение:

$$\left. \frac{d\varphi}{dz} \right|_{z=o} = 0 \quad , \tag{3.17}$$

Граничные условия для потенциала при $z = L_z/2$:

$$\left. \frac{d\varphi}{dz} \right|_{z = \frac{L_{z_z}}{2} = 0} = F_0 \quad , \tag{3.18}$$

и, окончательно,

$$E_{c}(z) = -\frac{eF_{1}}{L_{z}}z^{2}, |z| < \frac{L_{z}}{2} \quad ,$$
(3.19)

Потенциал для тяжелых и легких дырок имеет вид:

$$E_{vh}(z) = E_c(z) - E_{gh} E_{vl}(z) = E_c(z) - E_{gl} ,$$
(3.20)

для КЯ, где E_{gh} и E_{gl} —-ширина запрещенной зоны для тяжелых и легких дырок соответственно, и:

$$E_{\nu}(z) = E_{c}(z) - E_{g0} \tag{3.21}$$

в барьере, где E_{g0} — ширина запрещённой зоны в материале барьера (GaAs).

На рис. 3-4 приведены расчетные уровни энергии и огибающие волновые функции для случая плоских зон и с учетом заряда КЯ [3.9]. Для приближения плоских зон квантованный уровень лёгких дырок *lh1* существует в КЯ, несмотря на низкое значение ΔE_{vl} . Однако волновая функция легких дырок проникает глубоко в барьер из-за малой высоты потенциального барьера. Эти результаты дают низкое значение $X_{cl} \approx 0,29$. Изгиб зон существенным образом не влияет на энергии перехода, но существенно увеличивает локализацию волновой функции легкой дырки ($X_{cl} \approx 0,88$).

Объектом исследования в настоящей лабораторной работе является структура с барьером Шоттки на основе гетероструктуры с одиночной КЯ In_{0,2}Ga_{0,8}As в квазинейтральной области, выращенной методом МОСгидридной эпитаксии при атмосферном давлении на проводящей подложке n^+ -GaAs(001). Схема структуры приведена на рис. 3-5. Буферный и покровный слои структуры легированы Si с концентрацией доноров $N_D \approx 2 \cdot 10^{16}$ см⁻³. На поверхность покровного слоя нанесены Al контакты Шоттки круглой формы толщиной $\approx 0,2$ µм и диаметром $\emptyset \approx 1$ мм.

Чип с нанесенными контактами Шоттки скалывался так, чтобы линия скола проходила через контакт (рис. 3-6).



Рис. 3-5. Схема гетероструктуры с КЯ для иледования поляризационной зависимости спектров ФЧ..

Изготовленные таким образом чипы смонтированы на металлические держатели из Cu, покрытой In методом химического осаждения из раствора. Электрические контакты к барьеру Шоттки обеспечивается при помощи прижимных бронзовых пружинных скобок.

Схема измерения поляризационных зависимостей ФЧ барьера Шоттки показана на рис. 3-6 *а*. Образец освещается монохроматическим плоскополяризованным излучением, которое вводится в КЯ через боковую грань чипа, сколотого через барьер Шоттки. Значительная разность показателей преломления GaAs (n = 3,5) и воздуха (n = 1) способствует уменьшению расходимости пучка возбуждающего излучения.



Рис. 3-6. Схема измерения поляризационной зависимости спектра фоточувствительности барьера Шоттки к гетероструктуре InGaAs/GaAs при фотовозбуждении линейно-поляризованным светом через боковой скол структуры.



Рис 3-7. Блок схема экспериментальной установки для измерения поляризационных зависимостей фоточувствительности барьеров Шоттки.

Расходимость пучка возбуждающего излучения задаётся при помощи щелевой диафрагмы, ограничивающей апертуру пучка в плоскости, перпендикулярной КЯ, так что расходимость пучка в воздухе составляет $\approx 7^{\circ}$ (соответственно, $\approx 2^{\circ}$ в GaAs).

Схема экспериментальной установки для измерения поляризационных зависимостей ФЧ барьеров Шоттки приведена на рис. 3-7. Источником монохроматического излучения является решеточный монохроматор Acton Spectra Pro SP-500i. В качестве источника излучения используется осветитель Acton TS 428S с галогеновой лампой мощностью 250 Вт, питаемой от стабилизированного источника постоянного тока. В качестве поляризатора используется широкоапертурная призма Глана-Тейлора (входная апертура 8°), которая укреплена во вращающейся оправе. Угол между плоскостью поляризации возбуждающего света и плоскостью КЯ может изменяться произвольно в пределах от 0 до 360°.

Модуляция возбуждающего излучения осуществляется при помощи механического модулятора. Регистрация фотоотклика осуществляется при помощи цифрового синхронного детектора Stanford Research Systems SR 810. Синхросигнал для синхронного детектора обеспечивается оптопарой, входящей в состав модулятора.

В эксперименте измеряется спектральная зависимость переменной составляющей фототока в фотодиодном режиме $\Delta I_{ph}(hv)$ или фотоЭДС холостого хода барьера Шоттки $\Delta V_{ph}(hv)$ при 300 К при фиксированном значении угла поворота поляризатора φ (то есть от угла между плоскостью поляризации возбуждающего света и плоскостью КЯ). В первом случае исследуемый диод с барьером Шоттки подключается к токовому входу синхронного детектора (рис. 3-8 *a*). Обратное смещение обеспечивается регулируемым источником напряжения.



Рис 3-8. Схема включения диода с барьером Шоттки при измерении ФЧ в фотодиодном режиме (*a*) и в режиме фотоЭДС холостого хода.

В режиме измерения фотоЭДС холостого хода диод с барьером Шоттки подключается к потенциальному входу синхронного детектора.

Измеренные спектральные и угловые зависимости $\Delta V_{ph}(hv, \varphi)$ и $\Delta I_{ph}(hv, \varphi)$ необходимо отнормировать на спектральное и угловое распределение интенсивности возбуждения $\Delta L_{ph}(hv, \varphi)$, измеренные при помощи калибровочного поляризационно-нечувствительного фотодетектора на основе фотодиода InGaAs/InP Acton ID-441C, получая, тем самым, спектральные и угловые зависимости фоточувствительности:

$$S(hv,\varphi) = \frac{\Delta I_{ph}(hv,\varphi)}{\Delta L_{ph}(hv,\varphi)}$$
(3.22)

или

$$S(hv,\varphi) = \frac{\Delta V_{ph}(hv,\varphi)}{\Delta L_{ph}(hv,\varphi)}$$
(3.23)

Задание

- Измерить спектр ФЧ барьера Шоттки в спектральной области, включающей край области собственной ФЧ GaAs и полосу межзонной ФЧ квантовой ямы, при неполяризованном фотовозбуждении неполяризованным светом перпендикулярно плоскости КЯ. Определить энергии межзонных оптических переходов в КЯ.
- 2. Измерить спектры фотоЭДС барьера Шоттки в режиме разомкнутой цепи при фотовозбуждении плоскополяризованным светом, распространяющимся в плоскости КЯ, при различных значениях угла между плоскостью поляризации света и плоскостью КЯ φ . Построить поляризационные зависимости ФЧ $S(\varphi)$ на краю полосы межзонной ФЧ квантовой ямы ($hv = E_0$) и при нескольких значениях $E_0 < hv < E_{gGaAs}$. Построить зависимость Р(ΔE), сравнить с теоретической.
- 3. Измерить поляризационную зависимость спектров фототока барьера Шоттки при фотовозбуждении плоскополяризованным светом, распро-

страняющимся в плоскости КЯ, при обратном смещении, когда КЯ находится в ОПЗ барьера Шоттки. Построить поляризационные зависимости $S(\varphi)$ на краю полосы межзонной ФЧ квантовой ямы ($hv = E_0$) и при нескольких значениях $E_0 < hv < E_{gGaAs}$. Построить зависимость $P(\Delta E)$, сравнить с теоретической.

Перед началом работы следует ознакомиться с инструкциями по эксплуатации спектрометра Acton Spectra Pro SP-500i и синхронного детектора Stanford Research Systems SR-810, а также инструкцию пользователя управляющего программного обеспечения спектрометра Acton Spectra Pro SP-500i.

Контрольные вопросы

- Сформулируйте правила отбора по поляризации для межзонных оптических переходов в КЯ на основе полупроводниковых соединений типа A³B⁵.
- 2. Почему правила отбора по поляризации для межзонных оптических переходов в КЯ выполняются только для переходов между состояниями в экстремумах двумерных подзон?
- 3. В чём заключается явление замешивания состояний лёгких и тяжёлых дырок в КЯ?
- 4. Постройте зонную диаграмму исследуемой структуры InGaAs/GaAs(001) с Al барьером Шоттки. Определите напряжение на барьере, при котором КЯ оказывается в ОПЗ барьера.
- 5. Поясните схему эксперимента и методику измерений.

Литература

3.1. C. Weisbuch, B. Vinter. Quantum semiconductor structures. Fundamentals and applications. Academic Press, 1991.

3.2. E. O. Kane. Band structure of indium antimonide. J. Phys. Chem. Solids, 1, 249 (1957).

3.3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматгиз, 1963.

3.4. F. T. Vasko, A. V. Kuznetsov. Electronic states and optical transitions in semiconductor heterostructures. Springer, 1999.

3.5. Д. О. Филатов, И. А. Карпович, Т. В. Шилова, В. Я. Демиховский, Д. В. Хомицкий. Поляризационная зависимость спектров фототока фотодиодов с барьером Шоттки на основе гетероструктур InGaAs/GaAs с квантовыми ямами. Известия РАН. Серия физическая 68, 99 (2004).

3.6. D. A. Broido, L. J. Sham. Effective masses of holes at GaAs-AlGaAs heterojunctions. Phys. Rev. B 31, 888 (1985).

3.7. D. Gershoni, J. M. Vandenberg, S. N. G. Chu, H. Temkin, T. Tanbun-Ek, R. A. Logan, Excitonic transitions in strained-layer $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ quantum wells. Phys. Rev. B 40, 10017 (1989).

3.8. X. Marie, J. Barrau, B. Brousseau, Th. Amand, M. Brousseau, E. V. K. Rao, F. Alexandre. Interfacial-band discontinuities for strained layers of $In_xGa_{1-x}As$ grown on (100) GaAs. J. Appl. Phys. 69, 812 (1991).

3.9. D. O. Filatov, I. A. Karpovich, T. V. Shilova. Polarization dependence of the photocurrent in the Schottky barrier diodes based on the InGaAs/GaAs quantum well structures Phys. Low-Dim. Struct. 2003, №1/2, P.143.

4. Изучение характеристик полупроводниковых лазеров на основе гетероструктур с квантовыми ямами

Цель работы: Ознакомление с физическими принципами работы полупроводниковых инжекционных лазеров на основе гетероструктур с квантовыми ямами и методиками изучения основных характеристик полупроводниковых лазеров.

Теория

Как известно, прохождение тока через p-n переход в прямом направлении сопровождается рекомбинацией инжектированных неосновных носителей заряда. Эта рекомбинация происходит либо в самом *p*—*n* переходе, либо вблизи него в узкой области, толщина которой определяется диффузионной длиной неосновных носителей заряда. В прямозонных полупроводниках, где глобальные экстремумы зоны проводимости и валентной зоны находятся в центре зоны Бриллюэна, излучательная рекомбинация может быть одним из доминирующих механизмов рекомбинации, особенно при больших уровнях инжекции и низких температурах, когда вероятность безызлучательных переходов уменьшается. При некоторых условиях, это спонтанное излучение в диоде может перейти в вынужденное, когда проходящий через *р*—*n* переход фотон вызывает переходы с верхних энергетических уровней на нижние, в результате чего излучается новые фотоны. Используя принцип детального равновесия, можно установить связь между коэффициентами, определяющими вероятность вынужденного излучения и вероятность спонтанного излучения света.

Пусть имеются два уровня энергии E_1 и E_2 , расположенные на расстоянии по энергии hv один от другого (рис. 4-1).



Рис. 4-1. Энергетическая диаграмма двухуровневой системы.

Под действием фотона с энергией hv могут происходить как переходы $E_1 \rightarrow E_2$, так и переходы $E_2 \rightarrow E_1$. Эффективный коэффициент поглощения будет определяться как сумма коэффициентов поглощения, соответствующих этим переходам:

$$\alpha = B_{12}N_1f_1N_2(1-f_2)\rho(hv_{12}) - B_{21}N_2f_2N_1(1-f_1)\rho(hv_{12}) , \qquad (4.1)$$

где B_{12} и B_{21} — коэффициенты Эйнштейна, можно положить $B_{12} = B_{21}$; N_1 и N_2 — плотности состояний для уровней E_1 и E_2 ; f_1 и f_2 — функции распределения электронов для уровней E_1 и E_2 соответственно; $\rho(hv_{12})$ — плотность фотонов с энергией hv_{12} .

Выражение (1) можно преобразовать к виду:

$$\alpha = B_{12}N_1N_2(f_1 - f_2)\rho(hv_{12}) . \qquad (4.2)$$

В условиях термодинамического равновесия верхние уровни всегда менее заполнены, чем нижние, то есть $f_2 < f_1$. Поэтому в таких условиях всегда $\alpha > 0$, то есть наблюдается обычное оптическое поглощение. Если же создать условия, когда $f_2 > f_1$, то при такой инверсной заселенности $\alpha < 0$, то есть падающий свет не поглощается, а усиливается.

Рассмотрим переходы между валентной зоной и зоной проводимости полупроводника, связанные с поглощением или испусканием фотонов, в прямозонных полупроводниках (рис. 4-2).



Рис. 4-2. Оптические переходы между валентной зоной и зоной проводимости в прямозонном полупроводнике.

При поглощении фотона с энергией *hv* происходит переход электрона с уровня

$$E_{1} = -\Delta E_{g} - \frac{p^{2}}{2m^{*}} = -\Delta E_{g} - E_{p}$$
(4.3)

в валентной зоне на уровень

$$E_2 = -\frac{p^2}{2m_n^*} = E_n \tag{4.4}$$

в зоне проводимости, такой, что

$$hv = E_2 - E_1 = E_n + E_p + \Delta E_g = \Delta E_g + \frac{p^2}{2m^*} , \qquad (4.5)$$

где приведённая масса носителей по зоне проводимости и валентной зоне m^* определяется соотношением:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_n^*} + \frac{1}{m_p^*} \quad . \tag{4.6}$$

Таким образом, условие инверсной заселённости $f_2 > f_1$ для полупроводника принимает вид:

$$f_n(E_2) + f_p(E_1) > 1$$
, (4.7)

где $f_p(E_1) = 1 - f_n(E_1)$ — функция распределения дырок в валентной зоне по энергии.

Если распределение носителей по энергии внутри каждой зоны остается квазиравновесным, то функции распределения f_n и f_p характеризуются квазиуровнями Ферми для электронов и дырок F_n и F_p :

$$f_{n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{n} - F_{n}}{k_{B}T}\right) + 1}; \quad f_{p} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\Delta E_{g} + E_{p} - F_{p}}{k_{B}T}\right) + 1}.$$
 (4.8)

Подставив (4.8) в (4.7), легко убедиться, что условие $f_n + f_p\!\!> 1$ эквивалентно условию

$$\exp\left(\frac{F_n - F_p - \left(\Delta E_g + E_p + E_n\right)}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{F_n - F_p - hv}{k_B T}\right) > 1 \quad . \tag{4.9}$$

Следовательно, вынужденное излучение на частоте v возможно, если расстояние между квазиуровнями Ферми F_n и F_p превышает hv, то есть:

$$F_n - F_p > hv . (4.10)$$

С другой стороны,

$$F_n - F_p = eV, (4.11)$$

где е — элементарный заряд, V — напряжение прямого смещения на диоде. Таким образом, из условий (4.10) и (4.11) следует, что, по крайней мере, одна из областей (*p*- или *n*-) должна быть вырождена, и инверсия заселённости возникает лишь при достаточно больших напряжениях V, когда превышающих $eV > hv \approx \Delta E_g$, то есть когда барьер у *p*—*n* перехода почти исчезает (рис. 4-3).



Рис 4-3. Зонная диаграмма p—n перехода при положительном смещении. Область инверсной заселённости заштрихована.

Практически, в лазерах обе области должны быть достаточно сильно вырождены. В условиях $eV \approx \Delta E_g$ вблизи *p*—*n* перехода возникает область, где коэффициент поглощения света α для частот $v = \Delta E_g/h$ становится отрицательным, то есть свет при прохождении через вещество не поглощается, а, наоборот, усиливается.



Рис. 4-4. Схематическое изображение микрополоскового полупроводникового лазера на основе ДГС *p*-AlGaAs/GaAs/*n*-AlGaAs с резонатором Фабри-Перо. Адаптировано из [4.4].

На рис. 4-4 показана конструкция стандартного полупроводникового лазера на основе двойной гетероструктуры (ДГС). Размеры активного слоя составляют $L = 200 \div 500 \,\mu\text{M}$ в длину, $W = 2 \div 100 \,\mu\text{M}$ в ширину и $d \sim 0,1 \,\mu\text{M}$ в поперечном разрезе. Существует множество различных конструкций полупроводниковых лазеров. В ДГС широкозонный полупроводник имеет более низкий показатель преломления, чем активная область. Излучение сосредоточено в области активного слоя. Формирование контактного полоска, ограниченного полуизолирующими областями, созданными ионной имплантацией, позволяет току протекать в ограниченной части активной области. Это создает оптическое ограничение в поперечном направлении.



Рис. 4-5. Зонная диаграмма ДГС *p*-AlGaAs/*p*-GaAs/*n*-AlGaAs в равновесии (*a*) и при приложиении прямого смещения (*б*). Адаптировано из [4.4].

На рис. 4-5 *а* показана зонная диаграмма ДГС *p*-AlGaAs/ *p*-GaAs/*n*-AlGaAs в равновесии. Уровень Ферми постоянен на протяжении всей структуры. Контактная разность потенциалов на гетеропереходах вызывает изгиб зон, как показано на рисунке.

На рис. 4-5 б показана зонная диаграмма той же ДГС в условиях прямого смещения. В этом состоянии происходит инжекция электронов и дырок в область *p*-GaAs из слоев AlGaAs *n* и *p*-типа соответственно. Электроны локализуются в слое *p*-GaAs, их выходу из этого слоя препятствует потенциальный барьер на гетерогранице AlGaAs/GaAs высотой ΔE_c . Аналогично, дырки из *p*-AlGaAs инжектируются в валентную зону *p*-GaAs. Таким образом, благодаря наличию разрыва зон в гетеропереходе, электроны и дырки в прямосмещенной ДГС локализованы в узкозонном полупроводнике, где создаются наиболее благоприятные условия для их излучательной рекомбинации. В этом заключается явление *суперинжекции* в ДГС, открытое Ж.И.Алферовым [4.2]. Благодаря ему, в лазерах на ДГС была впервые получена генерация в непрерывном режиме при комнатной температуре.



Рис.4-6. Распространение электромагнитной волны в резонаторе Фабри-Перо [4.4].

Кроме наличия инверсной населенности, для вынужденной эмиссии необходим оптический резонатор. Необходимая для когерентной генерации положительная обратная связь обеспечивается отражателями, роль которых могут играть полированные торцы или сколы полупроводникового кристалла, образующие резонатор Фабри-Перо. Генерация начинается, когда усиление волны при одном прохождении между отражателями равняется полным потерям. Распределенные потери в среде обусловлены, в основном, следующими причинами:

1) межзонное поглощение света, распространяющегося вне активной области;

2) поглощение свободными носителями;

3) рассеяние света на оптических неоднородностях.

Все эти потери можно охарактеризовать интегральным коэффициентом ослабления α_i .

Проанализируем процесс распространения электромагнитной волны в волноводе и найдём минимальное усиление, соответствующее порогу генерации [4.4].

Рассмотрим волноводный слой (рис. 4-6) длиной *L* с комплексным показателем преломления

$$K = i(n-k)k_0$$
, (4.12)

где *n* — показатель преломления среды, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 — длина волны излучения в вакууме, $k = \alpha \lambda_0 / 4\pi$.

Пусть плоская электромагнитная волна с амплитудой E входящую в него с левой стороны. Положим коэффициент прохождения через левую грань равным t_1 , а через правую — t_2 . Соответтвующие коэффициенты отражения равны $r_1 = 1 - t_1$ и $r_2 = 1 - t_2$.

Отношение амплитуды света, отражённого от левого зеркала, к амплитуде падающего равно $r_1 \exp(i\Theta_1)$, в правом — $r_2 \exp(i\Theta_2)$, где Θ_1 и Θ_2 сдвиг фаз при отражении. Пусть электрическое поле падающей на левую грань плоской волны рано E_i . Тогда на левой грани оно будет равно t_iE_i , а на правой грани — $t_1E_i\exp(-KL)$. Амплитуда волны, прошедшей через правую грань при первом отражении, будет $t_1t_2E_i\exp(-KL)$, при втором — $t_1t_2r_1r_2E_i\exp(-3KL)$, и так далее:

$$E_{t} = t_{1}t_{2}E_{i}\exp(-KL)\left[1 + r_{1}r_{2}\exp(-2KL) + (r_{1}r_{2})^{2}\exp(-4KL) +\right], \qquad (4.13)$$

Это уравнение можно записать через сумму геометрической прогрессии:

$$E_{t} = E_{i} \left[\frac{t_{1}t_{2} \exp(-KL)}{1 - r_{1}r_{2} \exp(-2KL)} \right].$$
(4.14)

Когда знаменатель уравнения стремится к нулю, условием для возникновения генерации является конечное значение E_t в излученной волне при нулевом E_i . Поэтому условие генерации достигается, когда

$$r_1 r_2 \exp(-2KL) = 1$$
 (4.15)

Подставляя коэффициент К, определённый выше, получаем:

$$r_1 r_2 \exp\left[\left(g - \alpha_i\right)L\right] \exp\left[-2i\left(\frac{2\pi n}{\lambda_0}\right)L\right] = 1 .$$
(4.16)

Коэффициент поглощения записан как разность между усилением g и коэффициентом оптических потерь α_i . Условие генерации подразумевает волну, проходящую путь длиной 2L внутри волновода от одной грани до другой и обратно с той же самой амплитудой и фазой, кратной 2π . Условие постоянной амплитуды гласит:

$$r_1 r_2 \exp[(\Gamma g - \alpha_i)L] = 1 \tag{4.17}$$

где Γ — так называемый фактор оптического ограничения, учитывающийт долю мощность излучения, локализованную в пределах активной области. Для полупроводниковых лазеров на основе ДГС $\Gamma \sim 1$, но для лазеров на КЯ значение Γ намного меньше (~ 0,1).

Уравнение (4.17), называемое также основным уравнением лазера, записывается обычно в виде:

$$\Gamma g = \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right) , \qquad (4.18)$$

где $R = R_1 R_2$, $R_1 = r_1 r_1^*$ и $R_2 = r_2 r_2^*$ — коэффициент отражения левого и правого зеркала по мощности. Для сколотых граней в GaAs $R \sim 0,3$.

Для оптимизации характеристик полупроводниковых лазеров на излу-

чающую апертуру лазера, как правило, наносят просветляющее покрытие, а на противоположную грань резонатора — глухое интерференционное диэлектрическое зеркало, представляющее собой периодическую многослойную структуру, состоящую из чередующихся слоёв диэлектриков с различными показателями преломления n_1 и n_2 . Оптическая толщина каждого слоя составляет $\lambda_0/4n$. Таким образом, электромагнитные волны, отражённые от каждой границы раздела диэлектрических слоёв в фазе, складываются, давая в совокупности высокий коэффициент отражения. Общее число слоёв, необходимое, чтобы достигнуть заданного коэффициента отражения, зависит от разности показателей преломления слоёв $\Delta n = n_1 - n_2$. Для заданного числа периодов m

$$R = \left[\frac{1 - \frac{n}{n_0} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2m}}{1 + \frac{n}{n_0} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2m}}\right]^2 , \qquad (4.19)$$

где n_0 — показатель преломления окружающей среды (для воздуха, $n_0 = 1$). Для однослойных просветляющих покрытий наибольший коэффициент пропускания достигается при условии, что показатель преломления материала плёнки

$$n_d = \sqrt{nn_0} \quad , \tag{4.20}$$

и толщине плёнки составляет λ_0/n_d .

Коэффициент усиления среды *g* при возбуждении электрическим током может быть представлен в виде

$$g = \frac{\eta \xi c^2 j}{8\pi n^2 v^2 \Delta v} = jd \quad , \tag{4.21}$$

где

$$\eta = \frac{\tau_0}{\tau_0 + \tau_u} \tag{4.22}$$

— эффективность излучательной рекомбинации, определяемая соотношением времени жизни относительно излучательного и безызлучательного механизмов рекомбинации; *с* — скорость света; *j* — плотность тока через *p*—*n* переход; *d* — толщина активной области; Δv — ширина соответствующей линии спонтанного излучения; ξ — безразмерный фактор, учитывающий температурную зависимость распределения носителей заряда по энергии. При низких температурах $\xi \rightarrow 1$, при высоких температурах $\xi \rightarrow 0$. Из (4.18) и (4.21) получаем выражение для пороговой плотности то-

ка:

$$j_{th} = \frac{8\pi e dn^2 v^2 \Delta v}{\eta c^2 \xi \Gamma} \left[\alpha_i + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right) \right] \,. \tag{4.23}$$

Пороговая плотность тока, как это видно из (4.23), снижается по мере уменьшения размеров активной области d. В гомопереходах размер этой области определяется диффузионной длиной неосновных носителей, и не может быть искусственно ограничен. Для гомоструктур пороговая плотность тока быстро увеличивается с ростом .температуры (~ T^3), При комнатной температуре типичное значение j_{th} составляет ~ 10^4 A/см². Такая большая плотность тока создаёт серьезные трудности для реализации режима непрерывной генерации при 300К.

Фазовое условие записывается как:

$$\frac{4\pi nL}{\lambda_0} = 2\pi q \quad , \tag{4.24}$$

где $q = 1, 2, ..., q_m$ — номер продольной моды. Общее число продольных мод в резонаторе длиной *L*

$$q_m = \frac{2nL}{\lambda_0} \quad . \tag{4.25}$$

Выражение для спектрального промежутка между соседними модами Δλ можно получить, дифференцируя (4.23):

$$\lambda \Delta q + q \Delta \lambda = 2L \Delta n \quad . \tag{4.26}$$

Для смежных мод $\Delta q = 1$ и

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2nL\left(1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)} .$$
(4.27)

В первом приближении, $dn/d\lambda$ мало, поэтому



Рис. 4-7. Продольные моды резонатора Фабри-Перо [4.4].



Рис. 4-8. Спектр излучения полупроводникового лазера в подпороговом режиме (*a*) и после достижения порогового тока (*б*) (адаптировано из [4.4]).

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2nL} . \tag{4.28}$$

При $L >> \lambda$ значение $\Delta\lambda$ достаточно мало, поэтому в лазерный волновод может вписаться много продольных мод. Например, в волноводе GaAs длиной 200 µм, будет иметь место около1600 мод.

На рис. 4-8 *а* показан спектр излучения полупроводникового лазера в подпороговом режиме. Спектр спонтанного излучения промодулирован близкорасположенными модами резонатора Фабри-Перо. С повышением тока накачки, как только для одной из мод выполнится условия генерации, данная мода становится доминирующей (рис. 4-8 δ). Так как спектр спонтанного излучения довольно широк, несколько мод конкурируют, чтобы стать доминирующей модой лазерного излучения эта мода может переключаться в процессе работы.

Рассмотрим поперечные моды планарного диэлектрического волновода [4.5]. Система уравнений Максвелла для каждого из трех слоев волновода с показателями преломления n_j (j = 1, 2, 3)

$$\nabla \times \mathbf{H} = n_j^2 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad . \tag{4.29}$$

$$\nabla \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \mathbf{H} = 0$$

Исходя из этих уравнений, можно получить, учитывая, что $E \sim \exp(-i\omega t)$, известное волновое уравнение для однородной диэлектрической среды с показателем преломления n_j :

$$\nabla^2 E + k^2 n_j E = 0 \quad . \tag{4.30}$$

Уравнение (4.30) можно упростить, если учесть, что в рассматриваемом планарном волноводе все производные по координате у обращаются в нуль. Это следует из предположения, что в положительном и отрицательном направлениях оси у волновод неограничен, то есть распределение полей мод в направлении оси у однородно. Далее, если предположить, что зависимость поля от координаты z задается множителем $\exp(i\beta z)$, где β продольная постоянная распространения, то уравнение можно записать для каждой из трех областей волновода следующим образом:

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x^2} - q^2 E_1 = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x^2} - p^2 E_2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_3}{\partial x^2} - r^2 E_3 = 0$$
(4.31)

Из сделанного выше предположения $\partial/\partial y = 0$ следует, что отличны от нуля только компоненты E_y , H_x и H_z поля ТЕ-мод. Опуская для удобства множитель $\exp(i\beta z - i\omega t)$, задающий зависимость поля от времени и координаты z, получаем:

$$H_{x} = -\frac{\beta}{\omega\mu_{0}} E_{y}$$

$$H_{z} = -\frac{i}{\omega\mu_{0}} \frac{\partial E_{y}}{\partial x} \qquad (4.32)$$

Эти соотношения связывают две отличные от нуля компоненты магнитного поля с единственной отличной от нуля компонентой электрического поля E_y , которая находится из решения волновых уравнений для соответствующей области волновода. Другое требование, которому должны удовлетворять эти компоненты поля, заключается в непрерывности тангенциальных компонент E_y и H_z на границах раздела между соответствующими слоями диэлектрика. Выберем начало оси x на границе раздела 1—3, тогда граница раздела 1—2 будет иметь координату x = -2a.

Энергия направляемых мод, в основном, должна быть сосредоточена в центральном слое волновода, то есть в области 1. Как видно из волновых уравнений, этому требованию будет удовлетворять решение, осциллирующее в области 1 $\{q^2 \ge 0\}$ и обладающее затухающими хвостами в области обкладок 2 и 3 $(p^2, r^2 \ge 0)$. Учитывая такие условия, для величины постоянной распространения β получаем неравенства:

$$n_1 k \ge \beta \ge n_2 k \ge n_3 k . \tag{4.33}$$

Принимая во внимание вышеизложенное, можно записать решение для компоненты E_y направляемой моды в трех областях волновода (опуская зависимость от времени t и координаты z):

$$E_{y} = \begin{cases} A \exp(-rx), x \ge 0\\ \cos qx + B \sin qx, 0 \ge x \ge -2a\\ (A \cos 2aq - B \sin 2aq) \exp[p(x+2a)], -2a \ge x \end{cases}$$
(4.34)

Решения выбраны в таком виде, чтобы для величины E_y выполнялось условие непрерывности при x = 0 и x = -2a. Наконец, необходимо обеспечить непрерывность величины H_z . Выражение для этой компоненты поля имеет вид:

$$H_{z} = -\frac{i}{\omega\mu_{0}} \begin{cases} -rA\exp(-rx), x \ge 0\\ q(A\cos qx + B\sin qx), 0 \ge x \ge -2a\\ p(A\cos 2aq - B\sin 2aq)\exp[p(x+2a)], -2a \ge x \end{cases}$$
(4.35)

Условие непрерывности приводит к двум уравнениям

при
$$x = 0$$
: $-rA = qB$,
при $x = -2a$: $q[A\sin(2aq) + B\cos(2aq)] = p[A\cos(2aq) - B\sin(2aq)]$ (4.36)

Исключая из этих уравнений отношение *А/В*, получаем характеристическое уравнение для ТЕ-мод:

$$tg(2aq) = \frac{q(p+r)}{q^2 - pr}$$
 (4.37)

Для обозначения моды, в пространственном распределении поля которой имеется N узлов, будем использовать обозначение TE_N или аналогичное обозначение TM_N . Чтобы найти величину N, представим аргумент тангенса в характеристическом уравнении в виде $2aq - N\pi$. Условие отсечки задается выражением $\beta = kn_2$, которое означает нарушение локализации поля излучения и расплывание этого поля в область 2.

С помощью двух приведенных выше определений мы можем найти выражения, задающие частоты отсечки для направляемых ТЕ- и ТМ-мод в плоском волноводе. Для случая ТЕ-мод, подставляя в уравнение значения *p*, *q* и *r* при отсечке, получаем

$$tg\left(2ak_{c}\sqrt{n_{1}^{2}-n_{2}^{2}}-N\pi\right)=\sqrt{\frac{n_{2}^{2}-n_{3}^{2}}{n_{1}^{2}-n_{2}^{2}}},\qquad(4.38)$$

где k_c — значение волнового числа, соответствующее отсечке. Далее, введем нормированную частоту:

$$\upsilon = ak\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad . \tag{4.39}$$

Из приведенного выше выражения нетрудно найти значение v_c при отсечке для TE- мод:

$$\upsilon_c = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}}\right) + N\frac{\pi}{2} , \qquad (4.40)$$

где функция arctg определена в интервале $0 \div \pi/2$. Это соотношение можно также использовать для подсчета количества направляемых ТЕ-мод. Если предположить, что первая мода обозначена индексом N = 0, то из общего выражения для нормированной частоты v общее число направляемых мод волновода М находится следующим образом:

$$M = \left\{ \frac{1}{\pi} \left[2\upsilon - arctg\left(\sqrt{\frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}} \right) \right] \right\}_{\text{int}} , \qquad (4.41)$$

где индекс «int» указывает на то, что следует брать минимальное целое число, превышающее значение выражения в скобках.

Далее, рассмотрим случай слабонаправляющих симметричных волноводов. Симметричность волновода означает, что в волноводной структуре $n_3 = n_2$. Понятие «слабонаправляющий волновод» означает, что $\Delta n = n_1$

 $-n_2 << n_1$. Именно к этому классу волноводов относятся волноводы, образуемые ДГС. Так, для ДГС AlGaAs/GaAs $n_1 = 3,5$; $n_2 = 3,45$, $\Delta n = 0,05 << n_1$.

В подобных волноводах выражения для ТЕ- и ТМ-мод приблизительно совпадают, поэтому будем пользоваться полученными выше результатами для ТЕ-мод волновода. Характеристическое уравнение для направляемых мод в слабонаправляющих плоских симметричных волноводах

$$tg(2aq) = \frac{2pq}{q^2 - p^2}$$
 (4.42)

Чтобы представить это уравнение в наиболее общей форме, выразим его через нормированные переменные v, u и b, где последние две переменные определены следующим образом:

$$u^{2} = a^{2}(k^{2}n_{1}^{2} - b^{2}) = a^{2}q^{2}.$$
(4.43)

Рассматривая v как независимую переменную, а u и b в качестве параметров, уравнение (4.42) можно представить в виде

$$tg(2u) = \frac{2u\sqrt{\upsilon^2 - u^2}}{2u^2 - \upsilon^2} .$$
 (4.44)

ИЛИ

$$2\nu\sqrt{1-b} = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\sqrt{b(1-b)}}{1-2b}\right) + N\pi \quad . \tag{4.45}$$

Это уравнение является характеристическим уравнением для плоского симметричного волновода в нормированных переменных b и v и позволяет описывать все волноводы такого типа с помощью заданной для каждой моды универсальной зависимости нормированной постоянной распространения b от частоты v (рис. 4-9).



Рис. 4-9. Зависимость нормированной постоянной распространения *b* от нормированной частоты *v* для симметричного трехслойного плоского диэлектрического волновода. Числа у кривых — номер соответствующей моды *N*.



Рис. 4-10. Зонная диаграмма активной области лазер на основе гетероструктуры с КЯ [4.2].

В этих обозначениях условие отсечки имеет вид b = 0, а в далекой от отсечки области $b \rightarrow 1$. Следовательно, кривая в плоскости b - v, соответствующая определенной моде, начинается при b = 0 и асимптотически стремится к 1. Величины нормированных частот v при отсечке имеют вид:

$$v_c = N\frac{\pi}{2}, N = 0, 1, \dots$$
 (4.46)

Соответствующее выражение для количества мод M, распространяющихся в волноводе с нормированной частотой v, находится так:

$$M = \left[\frac{2\upsilon}{\pi}\right]_{\rm int} \,. \tag{4.47}$$

Активные области современных лазеров могут иметь сложную структуру и содержать более одного ограничивающего слоя. Активные области могут содержать КЯ и сверхрешетки (СР).

Лазеры на основе гетероструктур с КЯ обладают рядом преимуществ по сравнению со стандартными ДГС-лазерами. Излучательная рекомбинация в КЯ происходит преимущественно с основных состояний электронов в КЯ в зоне проводимости на первый энергетический уровень тяжелых дырок в валентной зоне (рис. 4-10). Ширина КЯ и состав её материала определяют число и энергии квантово-размерных уровней в ее пределах, таким образом, определяя длину волны излучения. Поэтому распределение энергетических уровней и, соответственно, длину волны излучения можно регулировать, задавая ширину КЯ и, соответственно, положение энергетических уровней.

В лазерах на КЯ электроны локализованы в пределах КЯ, тем самым, величина *d* в (4.23) уменьшается более чем на порядок по сравнению с ДГС лазерами. Использование гетероструктур с КЯ в качестве активной области полупроводниковых лазеров позволило уменьшить пороговый ток лазеров на порядок величины по сравнению с ДГС лазерами (рис. 4-11).



Рис. 4-11. Эволюция характеристик полупроводниковых инжекционных лазеров [4.2].

Другое преимущество лазеров на основе гетероструктур с КЯ перед ДГС лазерами состоит в менее сильной зависимостью длины волны излучения от тока накачки [4.3]. В трехмерном материале с увеличением ток накачки и, соответственно, заполнения зоны проводимости (валентной зоны) избыточными носителями, максимум распределения концентрации носителей по энергии n(E) смещается в сторону увеличения энергии (рис. 4-12 *a*), тогда как в КЯ максимум n(E) всегда расположен у дна двумерной подзоны (рис. 4-12 *б*).



Рис. 4-12. Зависимость энергетического распределения усиления от тока накачки в ДГС лазере (*a*) и в лазере на основе гетероструктуры с КЯ (*б*) [4.3].

Лазеры на основе гетероструктур с КЯ характеризуются также менее сильной температурной зависимости порогового тока по сравнению с ДГС лазерами. Для описания температурной зависимости порогового тока полупроводниковых лазеров обычно используется полуэмпирическая формула [4.2]

$$j_{th}(T) \propto \exp\left(\frac{T}{T_0}\right),$$
 (4.48)

где T_0 — так называемая характеристическая температура, характеризующая температурную стабильность порогового тока лазера (чем больше T_0 , тем меньше меняется j_{th} при изменении T). Теория [4.1] предсказывает, что для ДГС лазеров максимальное теоретически достижимое значение T_0 составляет $\approx 104^{\circ}$ С, тогда как для лазеров на КЯ — $\approx 285^{\circ}$ С (рис. 4-13).



Рис. 4-13. Теоретические температурные зависимости порогового тока п олупроводниковых лазеров на основе ДГС (а), КЯ (b), квантовых нитей (c) и квантовых точек (d) [4.2].

Разработанные к настоящему времени лазеры на основе гетероструктур с КЯ имеют низкие пороговые токи и высокую стабильность в работе (срок службы более 10⁶ часов) [4.2].

Образцы для исследования в настоящей лабораторной работе представляют собой полупроводниковые лазеры на основе гетероструктур In_{0,49}Ga_{0,51}P/GaAs двух типов:

- 1) ДГС лазер с длиной волны излучения $\approx 0.87 \ \mu m \ (20^{\circ}C);$
- 2) Лазер на основе ДГС InGaP/GaAs с КЯ $In_{0,2}Ga_{0,8}As$ с длиной волны излучения ≈ 0,98 µм (20°С).

Лазеры имеют полосковую геометрию с планарным волноводом шириной $W = 100 \,\mu\text{m}$ и изоляцией слоем SiO₂. На заднюю поверхность резонатора нанесено 5-слойное интерференционное зеркало Si/SiO₂, на переднюю грань — просветляющее покрытие SiO₂.

Схема установки для измерения характеристик лазеров приведена на рис. 4-12. Установка включает в себя:

- 1) стабилизированный источник питания постоянного и модулированного тока с плавной регулировкой амплитуды тока накачки в диапазоне 0 ÷
 - 2 А. Источник обеспечивает 3 режима модуляции тока накачки:
 - а) внутренняя модуляцию меандром с частотой ≈ 1 кГц;
 - б) импульсный режим: длительность импульса ~ 10 µс, частота повторения ≈ 1 кГц (скважность ≈ 100 : 1);

в) внешняя модуляция.

2) активный теплоотвод на базе термоэлектрического элемента Пелтье с датчиком температуры и цепью стабилизации рабочей температуры лазера (плавная регулировка в пределах 5 ÷ 50°С). В теплоотвод встроен также датчик цепи стабилизации интенсивности излучения лазера.

3) калиброванный фотодетектор для измерения интенсивности излучения лазера.



Рис 4-12. Блок схема экспериментальной установки для измерения ваттамперных и спектральных характеристик излучения полупроводниковых лазеров .

4) оптический спектрометр на основе решёточного монохроматора Acton Specta Prp SP-500i с фотодетектором на основе фотодиода InGaAs/InP Acton ID-441C для измерения спектра лазерного излучения. Регистрация интенсивности излучения на модулированном сигнале осуществляется при помощи цифрового синхронного детектора Stanford Research Systems SR-810.

Задание

- 1. Измерить ватт-амперные характеристики (ВТАХ) ДГС лазера и лазера на КЯ при 20С. Определить пороговый ток для лазеров обоих типов, сравнить результаты.
- 2. Измерить ВТАХ ДГС лазера и лазера на КЯ при различных температурах (в диапазоне *T* = 5 ÷ 50С). Построить температурную зависимость порогового тока, определить характеристическую температуру лазеров обоих типов, сравнить результаты.
- 3. Измерить спектры излучения ДГС-лазера и лазера на КЯ в подпороговом режиме и в режиме генерации (при пяти различных значениях тока накачки). Сравнить результаты, полученные для лазеров обоих типов.

Методические рекомендации

Перед выполнением работы следует изучить инструкции по эксплуатации блока питания лазера и спектрометра Acton Spectra Pro SP-500i.

При измерении характеристик ДСГ лазера следует использовать импульсный режим накачки во избежание перегрева лазера и последующей его деградации. При измерении характеристик лазера на КЯ можно использовать квазипостоянный режим возбуждения (модуляция меандром).

Контрольные вопросы

- 1. Напишите основное уравнение лазера. Поясните физический смысл входящих в него величин.
- 2. Нарисуйте зонные диаграммы исследуемых лазеров.
- 3. Перечислите преимущества и недостатки лазера на КЯ по сравнению с ДГС лазером.
- 4. Постройте поперечные профили показателя преломления и распределения интенсивности излучения в основной моде для исследуемых лазеров. Определите фактор оптического ограничения для ДГС лазера и лазера на КЯ.
- 5. Рассчитайте количество поперечных мод в гребенчатом волноводе шириной W = 5 и 100 μ м (изоляция SiO²).
- 6. Рассчитайте коэффициент отражения заднего зеркала исследуемых лазерв.
- 7. Поясните схему и методику измерений.

Литература

4.1. T. Numai. Fundamentals of Semiconductor Lasers. Springer, 2010.

4.2. Ж. И. Алферов. История и будущее полупроводниковых гетероструктур. ФТП 32, 3 (1998).

4.3. C. Weisbuch, B. Vinter. Quantum Semiconductor Structures: Fundamentals and Applications. Academic Press, 1991.

4.4. Britney Spears guide to semiconductor physics, lasers, and VCSELs. http://www.britneyspears.ac/lasers.htm

4.5. М.Адамс. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир: 1982.